MYKOLO ROMERIO UNIVERSITETO
EKONOMIKOS IR FINANSŲ VALDYMO FAKULTETO
BANKININKYSTĖS IR INVESTICIJŲ KATEDRA

LUKAS KRUPAVIČIUS
(FINANSŲ RINKŲ PROGRAMA)

FINANSINIŲ PRIEMONIŲ PORTFELIO OPTIMIZAVIMAS IR REKOMENDACIJOS LIETUVOS SĄLYGOMS

Magistro baigiamasis darbas

Darbo vadovas –
Prof. habil. dr.
A. Buračas

Vilnius, 2008

TURINYS

ĮVADAS

„Tegu kiekvienas žmogus paskirsto savo pinigus į tris dalis, vieną trečdalį tegu investuoja į žemę, vieną trečdalį į verslą ir trečią trečdalį tegu laiko atsargai.“

Talmudas 1200 m. pr. Kr. – 500 m. po Kr.

Darbo aktualumas ir problema. Turto valdymu žmonės domisi ir rūpinasi nuo senų laikų. Kiekvienas siekia, kad jo turtas didėtų ir būtų saugus. Tačiau šie du norai yra sunkiai suderinami. Siekiant didesnio turto, tenka rizikuoti jį prarasti, o saugiai laikomas turtas dažniausiai nedidėja. Šiuos du skirtingus dalykus suderinti padeda turto skaidymas dar vadinamas diversifikacija. Nors diversifikacijos principas žinomas jau seniai, tačiau moksliškai portfelio diversifikaciją 1952 m. paaiškino H. Markowitz.[27] Jis sukūrė ir portfelio optimizavimo modelį, esantį moderniosios portfelio teorijos pagrindu. Dabar portfelio optimizavimas jį diversifikuojant yra viena iš pagrindinių investicijų valdymo priemonių. Ypač tai svarbu finansų rinkose. Neįsivaizduojamas bankas, investicinis fondas, kuriame visas turtas būtų investuotas tik į vieną investicinę priemonę. Sudarant finansinių priemonių portfelį, gaunamas didesnis pelnas mažiau rizikuojant ir finansinės institucijos labai plačiai tuo naudojasi.

Tačiau H. Markowitz, jo pasekėjo W. Sharpe portfelio teorijos ir daugelio kitų mokslininkų kurtos naujos ir tobulintos senos teorijos pritaikytos išsivysčiusioms finansų rinkoms, tokioms kaip JAV. Juk Niujorko vertybinių popierių biržos istorija skaičiuojama nuo 1792 m. Lietuvos finansų rinka yra visai jauna ir, nors ji sparčiai auga, visgi yra besivystanti rinka, kuri yra šiek tiek kitokia nei išsivysčiusių valstybių finansinės sistemos. Besivystanti rinka yra labiau rizikinga, svyruojanti, mažiau nuspėjama, tad portfelio sudarymas ir optimizavimas Lietuvos sąlygoms yra labai svarbi rizikos mažinimo priemonė. Tuo tarpu portfelio teorijų pritaikymo Lietuvoje tyrimų atlikta mažai. Todėl šiuo darbu siekiama ištirti portfelio teorijų naudojimo Lietuvoje ypatumus ir tuo būdu įnešti indėlį palengvinat praktinį jų pritaikymą.

Darbo objektas: finansinių priemonių portfelis.

Darbo tikslas: ištirti finansinių priemonių portfelio teorines optimizavimo galimybes ir praktinį pritaikymą Lietuvos finansų rinkoje.

Uždaviniai:

1. Pateikti finansinių priemonių portfelio sampratą bei istorinę portfelio teorijų raidą;
2. Aptarti pagrindines portfelio teorijas, pabrėžiant optimizavimo reikšmę;
3. Ištirti pagrindinių portfelio optimizavimo modelių pritaikymo galimybes Lietuvos akcijų rinkoje.

Tyrimo hipotezė: Taikant Markowitz, rinkos ir semivariacijos portfelio teorijas, galima patikimai prognozuoti optimalaus portfelio struktūrą Lietuvos akcijų rinkoje.

Tyrimo metodika. Tiriant darbe iškeltą problemą, naudojamasi skirtingais tyrimo metodais. Teorinėje darbo dalyje atliekama literatūros šaltinių analizė, išsirenkant ir analizuojant įvairias tiriamą temą aprašančias mokslines knygas, publikacijas, Interneto šaltinius ir kitus pasiekiamus informacijos šaltinius, analizuojama tema. Lyginamosios analizės metodas naudojamas siekiant išsiaiškinti finansinių priemonių portfelio sudarymo teorijų ir optimizavimo modelių panašumus bei skirtumus. Praktinėje darbo dalyje analizuojant statistinius duomenis, naudojami kiekybiniai matematinės statistikos metodai bei matematinis modeliavimas, pritaikant teorinėje darbo dalyje aptartų portfelio teorijų optimizavimo modelius.

1. FINANSINIŲ PRIEMONIŲ PORTFELIO SAMPRATA, ISTORINĖ RAIDA

1.1. Portfelis – finansinių priemonių rinkinys

Siekiant aprašyti ir ištirti finansinių priemonių portfelio optimizavimo ypatumus, pirmiausiai reikia apibūdinti pačio portfelio sąvoką. Įvairiausioje literatūroje analizuojant investicijas, turtą, įsipareigojimus ir panašias temas, dažnai vartojamas terminas portfelis, tačiau nepateikiamas formalus jo apibrėžimas. Pasak mokslininkų A. Rutkausko ir P. Stankevičiaus, tai iš dalies suprantama, nes šios sąvokos prasmė pakankamai aiški. Šių autorių teigimu portfelis – tai finansinio turto, įsipareigojimų ar realaus turto rinkinys, sudaromas tam tikram tikslui pasiekti.[1] Portfelis, anot mokslininkų F. K. Reilly ir K. C. Brown, yra investicijų grupė.[39] Internetinėje enciklopedijoje „Wikipedia“ portfelis apibrėžiamas kaip institucijų arba privačių asmenų turimas investicijų rinkinys.[37] G. Kancerevyčius portfelį apibūdina kaip tam tikrą investuoto turto rinkinį.[32]. Kiti mokslininkai portfelio sąvoką pateikia dar labiau apibendrintą ir portfelį apibrėžia kaip turto rinkinį.[14] Taigi daugumoje pateiktų portfelio sąvokų pabrėžiama, kad portfelis yra kokio nors turto rinkinys, grupė, tačiau įvairių autorių pateiktose portfelio sąvokose šiek tiek išsiskiria tai, kokio turto rinkinys yra laikomas portfeliu. Vienuose šaltiniuose akcentuojama, kad portfelį sudaro investicijų į vertybinius popierius ar kitą finansinį turtą rinkinys, [12,21,43] kituose šaltiniuose pabrėžiama, kad portfelį sudaro ir finansinio, ir nefinansinio (realaus) turto rinkinys.[1,14,37] Tačiau formuojant matematinį uždavinį, sudarant optimalų portfelį ir nagrinėjant jo savybes reikalingas tikslus šios sąvokos apibrėžimas. Tikimybiniu aspektu portfelis – tai atsitiktinis dydis, gaunamas kaip atsitiktinių dydžių – atskirų investicijų suma.[1] Šiame darbe mes remsimės abiem portfelio apibrėžimais: portfelio plačiąja prasme – kaip turto rinkinio ir portfelio siaurąją, matematine prasme – kaip atsitiktinio dydžio. Manome, kad portfelio sąvokos apibūdinimas šiais dviem apibrėžimais praplečia sampratą, kas yra portfelis, nes viename portfelio apibrėžime nėra prieštaravimo kito apibrėžimo taikymui.

Kadangi šiame darbe analizuojamas finansinių priemonių portfelis, tai pagal anksčiau pateiktus portfelio termino apibrėžimus, finansinių priemonių portfelį reikėtų suprasti kaip finansinių priemonių rinkinį. Šios sąvokos teisinį apibrėžimą galima rasti Lietuvos Respublikos Finansinių priemonių rinkų įstatyme, kuriame finansinių priemonių portfelis apibūdinamas kaip „investuotojo turimų finansinių priemonių rinkinys“.[33] Pagal apibrėžimą pateiktą Internetinėje enciklopedijoje „Wikipedia“, finansinės priemonės – „tai visi sandoriai, dėl kurių viena sandorio šalis įgyja finansinio turto, o kita – finansinių įsipareigojimų arba nuosavybės finansinių priemonių".[18] Kitame šaltinyje „Investopedia" finansinė priemonė apibūdinama kaip realus ar virtualus dokumentas, išreiškiantis teisėtą susitarimą, turintį tam tikros rūšies piniginę vertę.[17]

Jau minėtame LR Finansinių priemonių rinkų įstatyme pateikta finansinių priemonių klasifikacija. Pagal LR Finansinių priemonių rinkų įstatymą finansinės priemonės yra [33]:

1) perleidžiamieji vertybiniai popieriai;
2) pinigų rinkos priemonės – iždo vekseliai, indėlio sertifikatai, bendrovių išleisti trumpalaikiai skoliniai įsipareigojimai ir kita, išskyrus mokėjimo priemones;
3) kolektyvinio investavimo subjektų vertybiniai popieriai;
4) su vertybiniais popieriais, valiutomis, palūkanų normomis ar pajamingumu susieti pasirinkimo, ateities, apsikeitimo, išankstiniai palūkanų normos sandoriai ir kiti išvestiniai susitarimai, taip pat kitos išvestinės priemonės, finansiniai indeksai ir priemonės;
5) su biržos prekėmis susieti pasirinkimo, ateities, apsikeitimo, išankstiniai palūkanų normos sandoriai ir kiti išvestiniai susitarimai;
6) kredito rizikos perkėlimo išvestinės priemonės;
7) finansiniai susitarimai dėl skirtumų;
8) su klimato sąlygų pokyčiais, krovinių gabenimo įkainiais, taršos emisijomis, infliacijos rodikliais ar kitais oficialiais ekonominės statistikos rodikliais susieti pasirinkimo, ateities, apsikeitimo, išankstiniai palūkanų normos sandoriai ir kiti išvestiniai susitarimai.

Finansinių priemonių klasifikaciją pateikia ir tarptautinės finansinės institucijos – Europos Centrinis Bankas bei Tarptautinis valiutos fondas. Finansinių priemonių skirstymas pagal Europos Centrinio Banko klasifikaciją pateiktas pirmame priede. Finansinės priemonės abiejose organizacijose klasifikuojamos panašiai. Jos suskirstytos į keletą pagrindinių klasių, t.y. nuosavybės vertybinius popierius, skolos (palūkanų) priemones, valiutos keitimo priemones, prekių ir įvairių fondų priemones bei visų išvardintų priemonių išvestinius darinius.[10,45] Reikia paminėti, kad įvairių autorių sudarytos finansinių priemonių klasifikacijos skiriasi,[32] tad čia pateiktas finansinių priemonių skirstymo būdas taip pat yra sąlyginis. Taigi šiame darbe kalbėdami apie finansinių priemonių portfelį laikysime, kad tai yra turto rinkinys, sudarytas iš finansinių priemonių, nurodytų Europos Centrinio banko ir LR Finansinių priemonių rinkų įstatyme pateiktose finansinių priemonių klasifikacijose. Šiame darbe kartu su finansinės priemonės terminu vartojamos ir kitos sąvokos, turinčios labai panašią prasmę kaip ir finansinės priemonės terminas (pvz.: finansiniai instrumentai) arba įeinančios į šios sąvokos reikšmę (pvz.: vertybiniai popieriai). Atsižvelgiant į aptariamų portfelio teorijų turinį, vartojami ir platesnę investicinių priemonių aibę nei finansinės priemonės apibūdinantys terminai, tokie kaip investicijos, aktyvai ir pan. Šios sąvokos naudojamos tada, kai konkrečią aptariamą teoriją iš esmės galima taikyti visai investicinių objektų aibei.

Dar viena sąvoka, kuri portfelio teorijoje, galima sakyti, yra pagrindinis tyrimo objektas ir su kuria derėtų susipažinti kalbant apie portfelio parinkimą yra optimizavimas. Portfelio optimizavimas yra vienas iš svarbiausių investuotojo tikslų. Jeigu tradiciškai portfelio formavimas buvo atsitiktinio, nesisteminio ir intuityvaus pobūdžio, tai šiuolaikinio požiūrio užduotimi tapo optimalaus portfelio parinkimas. Optimalus portfelis – tai pagal tam tikrą kriterijų ar kriterijus parinktas geriausias galimas portfelis. Reikėtų pabrėžti, kad optimalaus portfelio parinkimas prasmingas tik tam tikro laikotarpio atžvilgiu. Optimalų portfelį reikia vis atnaujinti, nes laikui bėgant gali stipriai pasikeisti situacija rinkoje, investuotojo tikslai ir kitos sąlygos.[1]

Išsiaiškinus portfelio sąvoką, pateikus finansinių priemonių apibrėžimą, susipažinus su sąlygine jų klasifikacija, ir pagrindinio portfelio teorijos objekto – optimizavimo sąvoka, reikėtų apžvelgti, kada ekonomikos ir finansų mokslo minties raidoje susiformavo portfelio teorija ir kas lėmė šios teorijos atsiradimą.

1.2. Portfelio teorijų istorinė apžvalga

Finansų teorijos istorija ekonomikoje yra gana trumpa. Nors ekonomistai jau seniai žinojo kredito rinkų pagrindinę ekonominę funkciją, tačiau detaliau neanalizavo šios ekonomikos srities. Pirmosios finansų rinkų teorijos dažniausiai buvo intuityvios ir formuluojamos praktikų. Ankstyvieji teoriniai finansų rinkų tyrimai, ypač L. Bachelier, buvo ignoruojami ir teoretikų, ir praktikų. Tačiau tai nereiškia, kad ankstesnieji ekonomistai ignoravo finansines rinkas. I. Fisher apibrėžė pagrindines kredito rinkų funkcijas ekonomikoje, daugiausiai dėmesio skirdamas išteklių paskirstymui laiko atžvilgiu. Jis pripažino ir rizikos svarbą finansų rinkų funkcionavime. Vystydami pinigų teorijas J. M. Keynes, J. Hicks, N. Kaldor ir J. Marchak suvokė portfelio parinkimo teoriją, kurioje neapibrėžtumas buvo svarbus aspektas. Vis dėlto daugelis ankstyvojo XX a. laikotarpio ekonomistų finansų rinkas įsivaizdavo kaip kazino, o ne kaip tradicines rinkas. Jų požiūriu, finansinio turto kainas labiausiai lėmė teigiami ar neigiami būsimo pelno lūkesčiai ir, kad šie lūkesčiai yra atsitiktiniai ir neprognozuojami.[16]

Investicijų portfelio teorijų vystymosi pradžia – XX a. 2 – 3 dešimtmetis. Kaip tik tuo metu gimė naujas portfelinių finansų mokslas. Būtent šiuo laikotarpiu pirmą kartą pradėtas vartoti vertybinių popierių portfelio terminas. Supratimas apie vertybinių popierių portfelį tuo metu buvo kiek kitoks nei mūsų dienomis. Terminai portfelio rizika ar vertybinių popierių rizika, buvo nežinomi ir nevartojami.[35]

Moderniosios portfelio teorijos pradininku laikomas H. Markowitz. Jis pastebėjo, kad jei finansų rinkų teorijose kalbama apie ateities lūkesčius, tai reikia įvertinti ir rizikos elementą ir kad galima išplėsti J. Neumann ir O Morgenstern laukiamo naudingumo teoriją. [16] Šis mokslininkas savo darbe „Portfelio parinkimas", parašytame 1952 m., pirmą kartą pavartojo terminus portfelio rizika ir portfelio diversifikacija, taip pat sukūrė terminą – diversifikuotas portfelis.[35] Pasak moderniosios portfelio teorijos autoriaus, investicijų diversifikacija praktiškai buvo žinoma ir ja naudojamasi jau nuo senų laikų, tačiau nebuvo mokslinio diversifikacijos paaiškinimo.[27] Tą savo darbe „Portfelio parinkimas" ir padarė H. Markowitz, kuris beveik po 40 metų nuo straipsnio publikavimo už moderniosios portfelio teorijos sukūrimą buvo apdovanotas Nobelio premija.

1960 – ųjų pradžioje analogiškus tyrinėjimus vykdė ir mokslininkas J. Tobin. Reikėtų paminėti kai kuriuos skirtumus tarp H. Markowitz ir J. Tobin teorijų. H. Markowitz modelis labiau pagrįstas mikroekonomine analize, kadangi akcentuoja kiekvieno atskiro investuotojo optimalaus portfelio pasirinkimą, atsižvelgiant tik į akcijų pajamingumą ir riziką. Taip pat šis modelis pagrįstas tik akcijų portfelio skaičiavimu, t.y. rizikingų vertybinių popierių portfelio skaičiavimu. J. Tobin savo darbuose teigė, kad į vertybinių popierių portfelį reikia įtraukti ir nerizikingus vertybinius popierius. Tokį jo požiūrį galima laikyti makroekonominiu, nes pagrindinis tyrinėjimų objektas buvo kapitalo pasiskirstymas ekonomikoje – tiek grynų pinigų, tiek ir vertybinių popierių forma. Pagrindinis J. Tobin darbų akcentas yra faktorių, priverčiančių įtraukti vienus ar kitus vertybinius popierius į portfelį, analizė. Taip pat J. Tobin išanalizavo ir nustatė įvairius veiksnius, turinčius įtakos vertybinių popierių pajamingumui ir rizikai. J. Tobin Nobelio premiją gavo 1981 metais – devyneriais metais anksčiau nei H. Markowitz. [28]

Kitas mokslininkas, H. Markowitz mokinys W. Sharpe 1964 m. sukūrė vadinamąjį rinkos modelį. Vertybinių popierių rizikai matuoti jis ėmė naudoti α ir β koeficientus. 1970 m. pabaigoje, tobulėjant skaičiavimo technikai ir matematinei statistikai, atsirado pirmieji programiniai kompiuteriniai paketai, kurių pagalba buvo sprendžiamas šis rinkos modelis ir tai jį dar labiau populiarino. Tuo metu labai plačiai buvo paplitęs požiūris apie vertybinius popierius spręsti pagal W. Sharpe sukurtus koeficientus. Jei rinkoje pasirodydavo nauji vertybiniai popieriai ar padidėdavo kokių nors vertybinių popierių pasiūla bei paklausa, pirmiausia, ką norėjo sužinoti investicijų valdytojai ir investuotojai, tai kokia šių vertybinių popierių β koeficiento reikšmė. Šie koeficientai ir dabar dar yra plačiai naudojami norint apibūdinti vertybinius popierius. Šio vienfaktorinio modelio pagrindu W. Sharpe sukūrė sudėtingesnį modelį vadinamą pagrindinio kapitalo įkainojimo modeliu (sutr. CAPM). Šiame modelyje buvo išskirta ir sisteminė bei nesisteminė rizikos. [35] Už CAMP modelio sukūrimą W. Sharpe taip pat gavo Nobelio ekonomikos premiją už indėlį į moderniosios portfelio teorijos vystymą.

Pradėjus praktiškai taikyti W. Sharpe sukurtą CAPM modelį, jis susilaukė stiprios kritikos dėl to, kad ne visiškai atitinka realias finansų rinkų sąlygas, be to šiam modeliui reikia daugybės prielaidų, kas apsunkina jos praktinį pritaikymą. Šis faktas paskatino mokslininkus kurti kitas teorijas. Taip buvo sukurta ir išpopuliarėjo arbitražo įkainojimo teorija.[13,35]

Finansų analitikams nusprendus, kad simetriškas rizikos matas nėra tinkamas norint aprašyti portfelio riziką, prieita išvados, kad rizika turėtų būti siejama tik su praradimų veiksniu. Šis požiūris tapo atspirties tašku mokslininkams, pasiūliusiems naujų metodų portfelio rizikai įvertinti, prie kurių galima priskirti MAD, VaR modelius.[35]

Portfelio teorijų mokslas vystosi bei plėtojasi ir dabar. G. Dudzevičiūtė apibendrindama finansinę literatūrą išskiria tris pagrindines prielaidas, turėjusias įtakos šiuolaikinės portfelio teorijos plėtrai[19]:

- 1980 m. nuostolinga daugelio JAV bankų veikla. Specialistų nuomone, neefektyvios bankų veiklos priežastis buvo investicijų portfelio valdymo stoka;
- 1990 m. JAV bankų priežiūros institucijos pasiūlė taisykles, numatančias bankų turto diversifikavimo galimybes, siekiant išvengti bankų veiklos pelningumo svyravimo. Nepakankama investicijų portfelio analizė ir valdymas buvo įvardinta pagrindine finansų institucijų pelningumo svyravimo priežastimi;
- 1991 m. didieji JAV bankai inicijavo programą dėl turto vertinimo sistemos sukūrimo. Programoje buvo akcentuojama, kad kiekviena banko turto grupė turi būti vertinama pagal rizikos ir pajamų santykį.

Plėtojant portfelinių investicijų mokslą, atsiranda naujų, perteikiančių naujausias rinkos tendencijas, vertybinių popierių portfelio sudarymo ir valdymo teorijų bei modelių, tokių kaip vidurkio – absoliutaus nuokrypio požiūris, praradimų optimizavimo, minimax ir kiti modeliai. Nuolat vyksta mokslinės visuomenės diskusijos dėl šių modelių privalumų, trūkumų ir taikymo praktikoje galimybių. Nagrinėjant daugybę jau egzistuojančių vertybinių popierių portfelių sudarymo ir valdymo metodų, visada susiduriama su jų taikymo rinkoje problema bei jų rezultatų patikimumu. Šios problemos ir yra nuolatinės naujų modelių paieškos ir klasikiniais tapusių modelių modifikacijos variklis.[35]

Lietuvos mokslininkai taip pat domisi ir analizuoja portfelio teorijas. Profesorius A. Rutkauskas kuria adekvataus portfelio teoriją, kiti mokslininkai analizuoja praktinius klasikinių portfelio teorijų taikymo ypatumus Lietuvos rinkoje. Taigi, nors portfelio teorija ekonomikoje atsirado visai neseniai, tačiau nemažas susidomėjimas ir praktinė portfelio sudarymo nauda, mažinant investicijų riziką, skatino plėsti mokslinius bei praktinius tyrimus šioje srityje. Tad per gana trumpą laikotarpį sukurta nemažai skirtingų portfelio sudarymo ir valdymo modelių. Pagrindinius moderniosios portfelio teorijos ir kelis alternatyvius portfelio sudarymo modelius plačiau apžvelgsime kitoje darbo dalyje.

2. PORTFELIO OPTIMIZAVIMO TEORINIAI ASPEKTAI

2.1. Pagrindinės portfelio formavimo teorijos

2.1.1. H. Markowitz teorija – „portfelių mokslo“ pradžia

H. Markowitz modelis yra klasikinis finansinių instrumentų portfelio modelis. Šį modelį praėjusio amžiaus šeštajame dešimtmetyje pasiūlė Harry Markowitz. Jo modeliu pagrįsta šiuolaikinė portfelio teorija.[8,11,15] H. Markowitz pasiūlyta teorija buvo naujo tipo investicijų tyrimo ir analizės pradžia. Ši analizė remiasi statistiniu dispersijos įvertinimu kaip rizikos matu.[15,47] Kurdamas portfelio parinkimo teoriją, H. Markowitz padarė keletą prielaidų apie investuotojus. Pasak jo, investuotojas mėgsta pelną ir vengia rizikos, t. y. siekia gauti numatomą pelną su kuo mažesne rizika, sprendimus priima racionaliai ir daro sprendimus, kad maksimizuotų būsimą naudą. Investuotojo nauda yra planuojamo pelningumo ir rizikos funkcija.[25,32,44,47] Investuotojas, priimdamas sprendimą dėl portfelio pasirinkimo, siekia vienu metu ir maksimizuoti laukiamą portfelio pelningumą, ir minimizuoti neapibrėžtumą – riziką. Taigi jis turi du vienas kitam prieštaraujančius tikslus, kurie turi būti subalansuoti darant sprendimą dėl finansinės priemonės pirkimo. Dėl šių prieštaringų tikslų atsiranda portfelio diversifikacijos būtinybė, perkant keletą finansinių priemonių.[8,35] Diversifikacija – tai skirtingų investicinių priemonių įtraukimas į portfelį, siekiant padidinti pelno apimtis ir garantijas bei sumažinti riziką.[1]

Remdamasis H. Markowitz teorijos prielaidomis, investuotojas, rinkdamasis finansinių priemonių portfelį, turi remtis jo laukiamu pelningumu ir rizika. Portfelio laukiamam pelningumui įvertinti naudojamas portfelio pelningumų vidurkis, o rizikai – vidutinis standartinis nuokrypis arba dispersija. [8,24,35,50] Portfelio planuojamas pelningumas apskaičiuojamas kaip atskirų instrumentų planuojamų pelningumų svertinis vidurkis. Įvertinama atskiro instrumento procentinė dalis bendroje investuojamų pinigų sumoje, kuri atitinka portfelio vertę. Portfelio pelningumas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{i=n} X_i E(R_i)$$

kur X_i - investuojamų pinigų dalis, skirta instrumentui i; $E(R_i)$ instrumento i planuojamas pelningumas ir n – instrumentų skaičius portfelyje.

Jeigu portfelio pelningumą galima apskaičiuoti taikant paprastą svertinį vidurkį, tai portfelio standartinio nuokrypio apskaičiavimui toks metodas netinkamas. Jeigu taip padarytume, tai būtų ignoruojamas koreliacinis ryšys tarp instrumentų. Šią problemą išsprendžia koreliacijos koeficientai, nustatantys ryšį tarp kiekvienos portfelyje esančių instrumentų poros pelningumo kitimo. Portfelio rizika apskaičiuojama naudojant vidutinį standartinį nuokrypį. Vidutinis standartinis nuokrypis yra faktinio pelningumo tikimybinio nuokrypio nuo laukiamo pelningumo vertinimas.[20,35,39]

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} X_i X_j COV_{ij}}$$

Formulėje pažymėtas COV_{ij} reiškia finansinių instrumentų i ir j pelningumų kovariaciją, σ^2_i – i instrumento variacija. Portfelio diversifikacijos galimybės laipsnis priklauso nuo šios charakteristikos, kuri yra ryšio tarp atsitiktinių dydžių, nusakančių instrumentų pelningumus, matas.[35] Kovariacija gali būti teigiama, kai dviejų instrumentų pelningumai tuo pačiu metu juda ta pačia kryptimi, neigiama – kai dviejų instrumentų pelningumai juda priešingomis kryptimis ir nulinė, kai dviejų instrumentų pelningumai yra nepriklausomi.[20,32] Kovariacija apskaičiuojama taip[32]:

$$COV_{ij} = E([R_i - E(R_i)][R_j - E(R_j)]) = \sum_{k=1}^{m} P_k([R_{ik} - E(R_i)][R_{jk} - E(R_j)]) = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}([R_{ik} - E(R_i)][R_{jk} - E(R_j$$

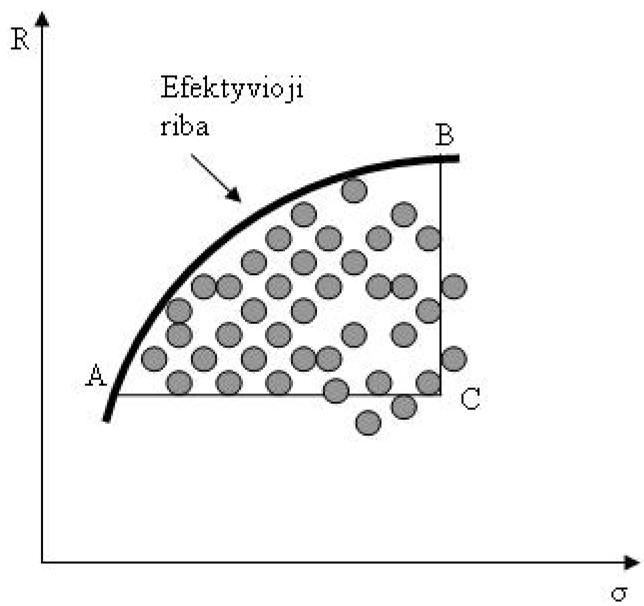
kur COV_{ij} – kovariacija tarp instrumentų i ir j; $E(R_i)$ – planuojamas instrumento i pelningumas; P_k – kiekvieno atvejo tikimybė k; ir m – atvejų porų skaičius.

Praktikoje dažniau naudojamas kovariacijos normavimas. Toks normuotas dydis vadinamas koreliacijos koeficientu.[35] Koreliacijos koeficientas yra statistinis santykinio dydžio, kuriuo susiję dviejų instrumentų pelningumai matas. Jis matuoja, koks yra linijinis bendrakryptis dviejų dydžių judėjimas. Koreliacijos koeficiento ribos yra nuo +1 iki -1. Tobulos teigiamos koreliacijos atveju vieno instrumento elgesys leidžia tiksliai spėti investuotojui apie kito instrumento elgesį. Tobulai neigiamos koreliacijos atveju iš vieno instrumento elgsenos taip pat galima numatyti ir kito instrumento elgseną. Nulinės koreliacijos atveju nėra jokio ryšio tarp dviejų instrumentų pelningumų. Portfelio sudarymas iš teigiamą koreliaciją turinčių instrumentų bendros portfelio rizikos nesumažins. Sudarant portfelį iš nulinę koreliaciją turinčių instrumentų, galima sumažinti portfelio riziką, bet ne visiškai. O tobulai neigiamų instrumentų kombinacija panaikina portfelio riziką. Realybėje tokios kraštutinės koreliacijos yra retos. Dažniausiai instrumentai turi tam tikrą teigiamą koreliaciją, tad, sudarant portfelį iš tokių instrumentų, riziką galima sumažinti, tačiau ne visiškai panaikinti. Investuotojai stengiasi parinkti instrumentus su mažiausiomis teigiamomis koreliacijomis.[32] Koreliacija ir kovariacija yra susiję dydžiai ir kiekvieną iš jų galima išreikšti per kitą. Koreliacija apskaičiuojama taip[39,50]:

$$r_{ij} = \frac{COV_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$$

kur r_{ij} – koreliacijos koeficientas tarp i ir j instrumentų; COV_{ij} – kovariacija tarp i ir j instrumentų; ir σ – standartinis nuokrypis.

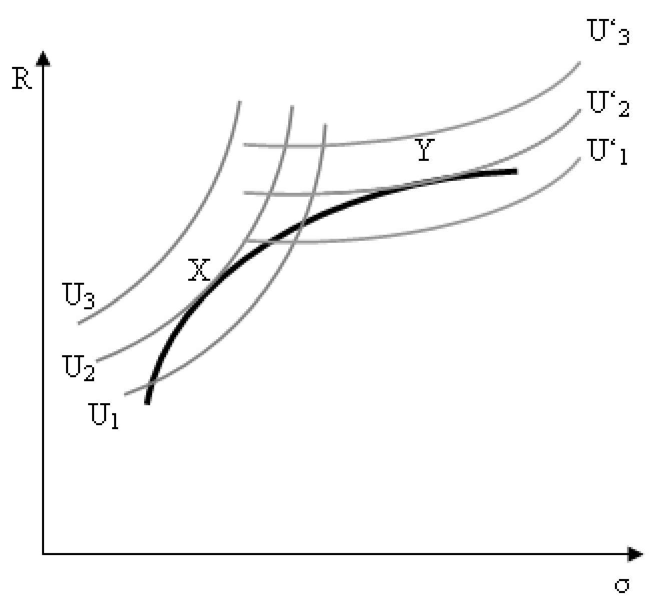
Sudarant portfelį kyla klausimas, kokia finansinių priemonių kombinacija bus optimali, nes finansinių priemonių pasirinkimas yra didelis, todėl galima suformuoti begalinį portfelių skaičių.[35] Atsakymą į šį klausimą taip pat pateikė H. Markowitz pasiūlęs efektyvaus portfelio teoriją, kurią atspindi žemiau pateiktas 1 paveikslas. Paveiksle pažymėti pilki taškai rodo galimą portfelių aibę. Galima aibė susideda iš visų portfelių, kuriuos galima suformuoti iš n instrumentų. Tačiau šiame plote esantys portfeliai nėra tinkami. Investuotojas turi vertinti tik tuos portfelius, kurie įeina į efektyviąją ribą, dar vadinamą efektyviąja aibe ar deriniu. Portfelių rinkinys, įeinantis į šią efektyvią aibę, turi atitikti efektyvios aibės teoremos reikalavimus. Investuotojas pasirinks savo optimalų portfelį iš portfelių aibės, kurioje kiekvienas portfelis užtikrina minimalią riziką tam tikrai pelningumo reikšmei arba užtikrina maksimalų laukiamą pelningumą tam tikram rizikos lygiui. Antrame paveiksle efektyviąją ribą rodo AB linija. Tai reiškia, kad visi portfeliai, patenkantys ant šios kreivės, yra efektyvūs, nes jie yra geresni už visus kitus aibės portfelius. Visi kiti galimi portfeliai bus neefektyvūs, todėl juos galima ignoruoti. Kad racionalus investuotojas siekia tokio portfelio – pagrindinis moderniosios portfelio teorijos teiginys.[32,35,39,44]



1 pav. **Galima ir efektyvi portfelių aibės [39]**

H. Markowitz modelis nenustato optimalaus investuotojui portfelio, jis tik apibrėžia efektyvią ribą, kurioje visi portfeliai optimalūs. Nustatyti investuotojui optimalų planuojamo pelningumo – rizikos santykį naudojamos abejingumo kreivės. Šios kreivės rodo investuotojo požiūrį į riziką ir pelningumą ir gali būti pavaizduotos kaip dvimatis grafikas. Horizontalioje ašyje atidedama rizika, kurios matas yra standartinis nuokrypis σ_p, o vertikalioje ašyje žymimas atlygis, kurio matas yra laukiamas pelningumas. H. Markowitz portfelio teorijoje daroma prielaida, kad esant tam tikram rizikos lygiui visi investuotojai teiks pirmenybę didesniam pelnui nei mažesniam. Panašiai esant tam tikram pelningumo lygiui investuotojai rinksis mažesnę riziką, o ne didesnę. Nepaisant šios prielaidos, visų investuotojų rizikos vengimo laipsnis skirsis, todėl skirsis ir jų abejingumo kreivių nuolydžiai.[35,44]

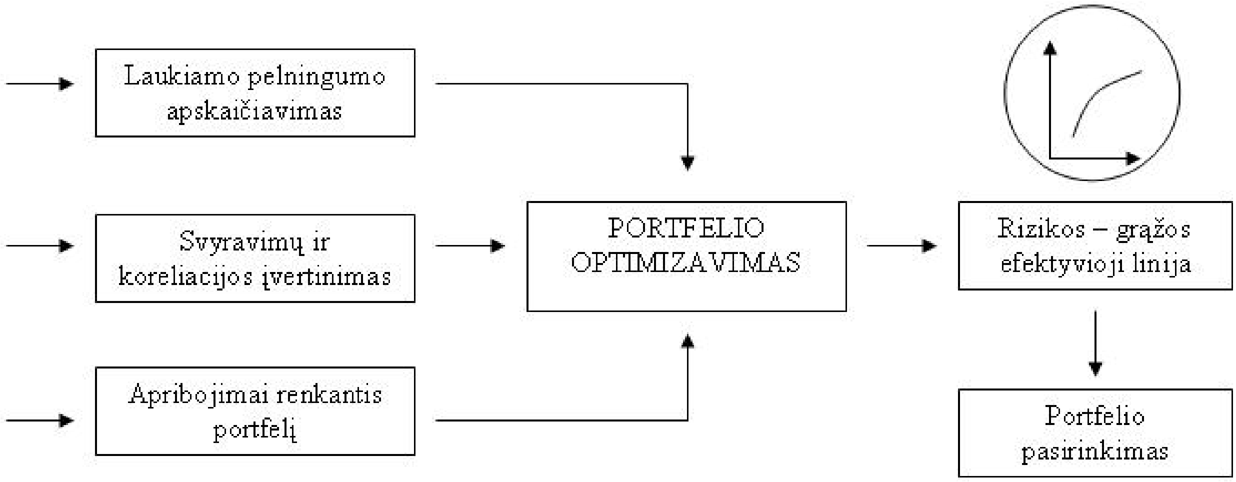
Norėdamas pasirinkti optimalų portfelį, investuotojas turi nubrėžti abejingumo kreives kartu su efektyvia portfelio riba, o paskui pradėti portfelio, esančio abejingumo kreivėje, išsidėsčiusioje aukščiau ir kairiau už visas kitas, pasirinkimą (žr. 2 paveikslą). Šis portfelis atitiks tašką, kuriame abejingumo kreivė liečiasi su efektyviąja riba.[7,29,41] Antrame paveiksle pavaizduotos dviejų investuotojų abejingumo kreivės ir kiekvieno iš jų optimalus portfelis. Taip pavaizduota, nes skirtingi investuotojai turi skirtingą požiūrį į riziką ir laukiamą grąžą. Skirtingą požiūrį į riziką ir grąžą parodo skirtingos abejingumo kreivės (U_1, U_2, U_3 ir U'_1, U'_2, U'_3). Investuotojas, kurio abejingumo funkciją nusako kreivės U_1, U_2, U_3, turi aukštą rizikos vengimo laipsnį. Jam optimalus portfelis pažymėtas X raide. Investuotojo, turinčio žemą rizikos vengimo laipsnį, kurį parodo U'_1, U'_2, U'_3 abejingumo kreivės, optimalus portfelis bus taške Y. Iš grafiko matyti, kad investuotojas prisiėmęs didesnę riziką, gali tikėtis ir didesnio pelno, o investuotojo, turinčio aukštą rizikos vengimo laipsnį, laukiamas pelnas mažesnis nei labiau riziką toleruojančio investuotojo, tačiau ir jo prisiimama rizika yra mažesnė.



2 pav. **Optimalaus portfelio parinkimas skirtingiems investuotojams [39]**

Bendru atveju optimaliu portfeliu vadinamas portfelis, esantis efektyvioje aibėje, kuris teikia didžiausią naudingumą investuotojui. Racionalus investuotojas nesirinks portfelio, kuris yra žemesnėje abejingumo kreivėje nei efektyvioji riba, o virš efektyviosios ribos esančios abejingumo kreivės pasirinkti neįmanoma, tad optimalus portfelis yra ten, kur aukščiausia įmanoma abejingumo kreivė susiliečia su efektyviąja riba.[22,39]

Visas portfelio pasirinkimo procesas naudojant H. Markowitz sukurtą portfelio parinkimo modelį grafiškai pavaizduotas trečiame paveiksle. Jame parodyti visi etapai, kuriuos pagal moderniąją portfelio teoriją turi atlikti investuotojas rinkdamasis portfelį.



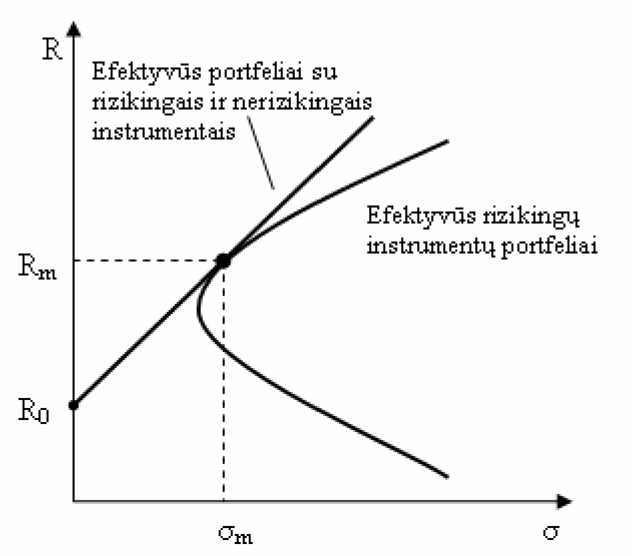
3 pav. **Portfelio parinkimo procesas pagal H. Markowitz portfelio teoriją [26]**

H. Markowitz modelis turi trūkumų. Pagrindinė jo problema, ypač modelio sukūrimo metu (1952 m.), kai nebuvo pažangios skaičiavimo technikos, buvo ta, kad reikia apskaičiuoti visų portfelio instrumentų pelningumų kovariacijas. Sudarant portfelio modelį su 100 instrumentų, reikės nustatyti 4950 atskirų kovariacijų, nes yra $[n^2(n-1)]/2$ atskirų kovariacijų n instrumentų portfeliui. Kol H. Markowitz modelis nebuvo supaprastintas, jis liko daugiausiai teorija.[15,32] Kitas H. Markowitz portfelio teorijos trūkumas yra tas, kad joje nagrinėjamas tik vidutinis pelningumas, kai tuo tarpu investuotoją domina daugiau klausimų.[35]

Visgi Markowitz portfelio teorija ekonomikoje svarbi tuo, kad H. Markowitz pirmasis kiekybiškai išmatavo instrumento riziką ir parodė, kad, sudarant portfelį iš skirtingų instrumentų, riziką galima sumažinti. Be to šio mokslininko tyrinėjimai atkreipė ir kitų mokslininkų dėmesį į rizikos matavimo ir portfelio sudarymo problemas. Mokslininkai James Tobin ir Bill Sharpe patobulino H. Markowitz portfelio teoriją ir sukūrė savo modelius portfeliui sudaryti. Šiuos modelius aptarsime kitame skyrelyje.

2.1.2. Rinkos modelis – H. Markowitz teorijos išplėtimas

H. Markowitz modelyje buvo tiriami tik rizikingi instrumentai, o J. Tobin, remdamasis Keynes teorija, išplėtė Markowitz modelį į portfelio sudarymą įtraukdamas nerizikingus instrumentus. Sukūręs tokią modelio variaciją, jis pastebėjo, kad efektyvi riba šiuo atveju buvo tiesė, o nebe kreivė kaip Markowitz modelyje.[28,30] J. Tobin modelio variantas geometriškai pavaizduotas 4 paveiksle.



4 pav. **Optimalaus rizikingų ir nerizikingų instrumentų portfelio suradimas [28]**

Hiperbolė, nubrėžta 4 paveiksle, vaizduoja pelningumo vidurkio ir standartinio nuokrypio galimas kombinacijas sudarant portfelį iš rizikingų instrumentų. Kiekvienas rizikingų instrumentų rinkinys sudarys tokią hiperbolę, rodančią galimas pelningumo vidurkio ir standartinio nuokrypio kombinacijas skirtinguose rizikinguose portfeliuose. Nerizikingo instrumento pelningumas yra fiksuotas ir žinomas iš anksto. Nerizikingais instrumentais laikomi valstybės skolos vertybiniai popieriai, pavyzdžiui vyriausybės obligacijos. Kadangi tokio instrumento laukiamas pelningumas yra žinomas ir pastovus, tai jo standartinis nuokrypis lygus nuliui. Koordinačių sistemoje tokį instrumentą galima pažymėti vertikalioje ašyje, rodančioje pelningumą (0, R_0). Nuo šio taško nubrėžus liestinę su hiperbole, gaunama tiesė, kuri su hiperbole liečiasi taške (σ_m, R_m).[28,30]

Ši tiesė dar vadinama kapitalo rinkos linija. Kiekvieną efektyvų rizikingų ir nerizikingų instrumentų portfelį galima sudaryti derinant du portfelius – vieną rizikingų instrumentų ir vieną nerizikingų instrumentų portfelį. Pavyzdžiui, investuotojui nusprendus prisiimti riziką ir norint pelningumo, kuris yra viduryje tiesės tarp taškų (0, R_0) ir (σ_m, R_m), reikia pusę investicijų skirti rizikingam portfeliui, o kitą pusę turto investuoti į nerizikingą instrumentą. Portfelius, esančius tiesėje dešiniau nuo taško (σ_m, R_m), galima pasiekti naudojant svertą, t.y. pasiskolinant pinigų už R_0 palūkanų normą ir juos investuojant į rizikingų instrumentų portfelį.[28,30,32,39]

J. Tobin modifikuota portfelio teorija labai supaprastino portfelio parinkimą. Jo analizė parodė, kad tas pats rizikingų instrumentų portfelis yra tinkamas kiekvienam investuotojui. Anot J. Tobin teorijos, skiriasi tai, kokia turto dalis investuojama į rizikingus ir nerizikingus instrumentus. Kiekvienas investuotojas gali apriboti portfelio pasirinkimą dviem variantais: vieną dalį investuoti į nerizikingus aktyvus, o kitą – į portfelį su grąža R_m ir standartiniu nuokrypiu σ_m. Nors optimalaus portfelio parinkimas supaprastėjo ir nereikėjo analizuoti visos efektyvių portfelių aibės, išliko problema sudarant portfelį iš rizikingų instrumentų. Apskaičiuoti, kokie instrumentai ir kokiomis proporcijomis turi sudaryti optimalų portfelį (σ_m, R_m), buvo sudėtingas ir brangiai kainuojantis uždavinys turint omenyje to laikotarpio skaičiavimo technikos galimybes. Kitas indėlis į portfelio teoriją ir buvo supaprastintas rizikingos portfelio sandaros nustatymas.[28,30]

Portfelio teorijos apskaičiavimo aspektus tyrė H. Markowitz mokinys W. Sharpe. Šis mokslininkas išplėtojo portfelio teorijos požiūrį dabar žinomą vienfaktorinio rinkos modelio vardu. Jame daroma prielaida, kad kiekvieno vertybinio popieriaus pelningumas tiesiškai susijęs su vienu indeksu, tokiu kaip pvz.: S&P500, kuris parodo rinkos teikiamą investicijų grąžą. Tokiu atveju vertybinio popieriaus *a* grąža *t* laiko periodu gali būti aprašyta taip[28]:

$R_{a,t} = c_a + bR_{m,t} + \varepsilon_{a,t}$

kur $R_{m,t}$ yra rinkos indekso grąža ir $\varepsilon_{a,t}$ yra paklaida. Dydis c rodo laukiamą instrumento pelningumą, kai rinkos indekso grąžą lygi nuliui, o parametras b matuoja instrumento pelningumo jautrumą rinkos svyravimams. Vertybinis popierius, kurio b reikšmė lygi 1, yra tiek pat rizikingas kiek ir visa rinka. Tarkim jei rinkos indeksas pakyla 10 procentų, tai laukiama vertybinio popieriaus grąža yra c + 10 procentų. Vertybinis popierius , kurio $b < 1$, svyruoja mažiau nei rinkos indeksas, o jei vertybinio popieriaus $b > 1$, tai jis svyruoja labiau nei rinkos indeksas. Toks W. Sharpe pastebėjimas apie vertybinių popierių svyravimus buvo empirinis – jis matė, kad dauguma akcijų kursų svyruoja panašiai. Todėl jis ir padarė prielaidą, kad yra vienas ar keli faktoriai, kurie nulemia vertybinių popierių svyravimų panašumą. Tiesinis vertybinio popieriaus ir rinkos indekso ryšys gali būti įvertintas mažiausių kvadratų metodu ir gauti koeficientai gali būti naudojami sudarant optimalų portfelį. W. Sharpe siūlomas požiūris dar labiau supaprastino optimalaus portfelio parinkimo problemą.[7,28]

Vėliau W. Sharpe pradėjo gilintis į pusiausvyros teoriją kapitalo rinkose. Iki tol portfelio teorija analizavo individualių investuotojų elgseną, renkantis optimalų instrumentų derinį. W. Sharpe susidomėjo, kas būtų, jei kiekvienas investuotojas elgtųsi pagal Markowitz portfelio teoriją. J. Tobin savo tyrimuose jau buvo parodęs, kad visiems investuotojams yra vienas optimalus rizikingų instrumentų portfelis. Iš tokių prielaidų padaryta išvada, kad rizikingų aktyvų portfelis, kuris optimalus kiekvienam investuotojui, turi būti rinkos rizikingų aktyvų portfelis, t.y. rinkoje instrumentų proporcijos yra tokios, kokios yra kiekvieno investuotojo optimaliame portfelyje. Tai nereiškia, kad visi investuotojai turi vienodą rizikos vengimo laipsnį. Investuotojas gali pasirinki riziką keisdamas nerizikingų aktyvų dalį bendrame portfelyje. Sumažinti riziką jis gali didindamas nerizikingų instrumentų dalį portfelyje, o didinti riziką gali mažindamas nerizikingų aktyvų dalį arba net turėdamas neigiamą nerizikingų aktyvų dalį, tai yra jų pasiskolindamas ir investuodamas į rizikingus aktyvus.[24,28,34] Šios įžvalgos W. Sharpe privedė prie pagrindinio kapitalo įkainojimo modelio sukūrimo, kuris apžvelgiamas kitame skyrelyje.

2.1.3. Pagrindinio kapitalo įkainojimo modelis (CAPM)

Pagrindinio kapitalo įkainojimą rinkoje nagrinėja kapitalo rinkos teorija. Portfelio teorija yra normatyvinė, t.y. nusako kaip investuotojas turi pasirinkti optimalų portfelį, o kapitalo rinkos teorija yra pozityvinė ir nusako kaip įkainojamas turtas. Ši teorija yra pagrįsta Markowitz modeliu, todėl kaip ir Markowitz modelyje, taip ir kapitalo rinkos teorijoje galioja tos pačios ir kelios kitokios prielaidos.[32] Šios prielaidos yra tokios[47]:

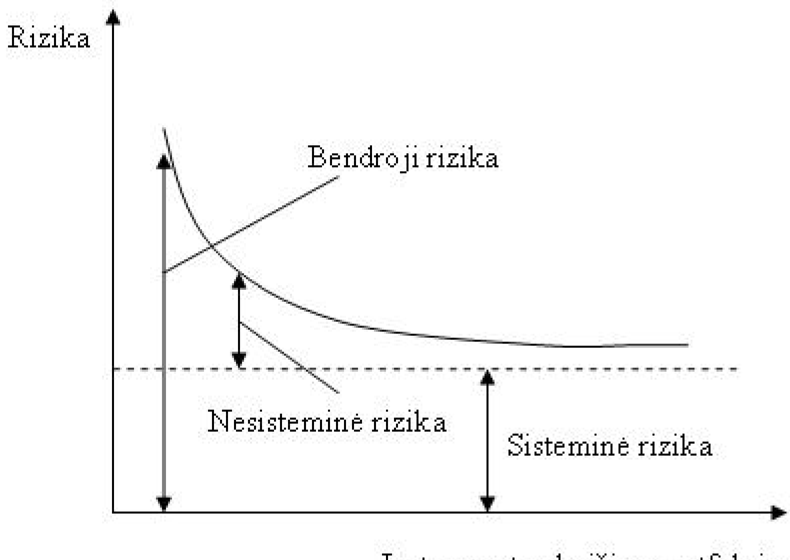
1. visi investuotojai vengia rizikos, kuri yra lygi portfelio pajamų normos vidutiniam kvadratiniam nuokrypiui;
2. visi investuotojai turi vienodą laiko horizontą investiciniam sprendimui priimti;
3. visi investuotojai turi vienodą subjektyvų įvertį apie būsimą kiekvieną vertybinio popieriaus pelną ir riziką;
4. rinkoje egzistuoja nerizikingoji investicija į turtą, ir kiekvienas investuotojas gali skolintis arba skolinti neribotą jo kiekį su nerizikinga palūkanų norma;
5. į visus vertybinius popierius kapitalą galima investuoti norimu santykiu, nėra išlaidų už sandorius, nėra mokesčių bei apribojimų nepadengtajam pardavimui;
6. laisvai prieinama ir vienodai galima informacija apie investicijas visiems investuotojams;
7. nusistovėjusi kapitalo rinkos pusiausvyra, t. y. rinkos kainos yra kliringo kainos.

Taikant kapitalo rinkos teoriją praktiniams sprendimams, reikia įvertinti šias prielaidas. CAPM modeliui daugelis šių prielaidų didelės įtakos nedaro. Be to, šios prielaidos nebūtinai yra nerealios. [32]

Kertinis kapitalo teorijos ir CAPM modelio akmuo yra nerizikingo turto derinimas su rizikingu turtu. Šis modelis numato ryšį tarp kiekvieno vertybinio popieriaus pelningumo ir rizikos. Kai rinkoje yra pusiausvyra, vertybinių popierių planuojamas pelningumas yra tiesiai proporcingas sisteminei rizikai – tai yra rizikai, kurios investuotojas neišvengia diversifikuodamas portfelį. Kuo didesnė sisteminė rizika, tuo didesnio vertybinio popieriaus pelningumo tikisi investuotojas. [20]

Sisteminė rizika arba rinkos rizika – tai rizika, kuri yra veikiama veiksnių, nulemiančių visą rinką. Tai pasikeitimai valstybės ekonomikoje, mokesčių reformos ir kiti veiksniai, veikiantys visą rinką. Nepriklausomai nuo noro rizikuoti investuotojas susiduria su šia rizika. Diversifikuojant portfelį šios rizikos negalima išvengti. Egzistuoja ir kita rizikos rūšis – tai nesisteminė rizika, kuri yra specifinė tam tikram instrumentui. Šią riziką galima sumažinti diversifikuojant investicijas. Šios abi rizikos sudaro bendrąją rinkos riziką. Ryšys tarp jų parodytas 5 paveiksle. Santykis tarp sisteminės rizikos ir planuojamo vertybinio popieriaus pelningumo – tai 1960 m. W. Sharpe sukurto CAPM modelio esmė. Taikant šį metodą, nustatomas reikalaujamo pelningumo priedas už padidėjusią riziką. Jei portfelis pilnai diversifikuotas, jis turi tik sisteminę riziką, todėl kiekvienas instrumentas suteikia portfeliui tik savo sisteminę riziką.[7,41] Atskirą instrumentą i galima susieti su portfelio rizika per jo ir rinkos portfelio kovariaciją $COV_{i,m}$. Tačiau paprasčiau naudoti standartinį sisteminės rizikos matą – beta koeficientą [32]:

$$\beta = \frac{COV_{im}}{\sigma_m^2} = \frac{\sigma_i \times \sigma_m}{\sigma_m^2} r_{im}$$



5 pav. **Ryšys tarp bendrosios, sisteminės ir nesisteminės rizikų bei portfelio dydžio [20]**

Kaip matyti iš pateiktos formulės, kuo didesnis kovariacijos koeficientas, tuo didesnė rizika bei betos išraiška. Taigi, beta išreiškia konkretaus turto kovariacijos santykį su rinkos indekso variacija. Svarbiausia betos reikšmė anot Z. Gaidienės, yra 1, nes tai yra rinkos indekso beta. Jeigu specifinio turto beta yra didesnė už vienetą, tai šio turto rizika yra didesnė už rinkos riziką. O tas turtas, kurio beta yra mažesnė už 1, yra mažiau rizikingas nei rinkos indeksas.

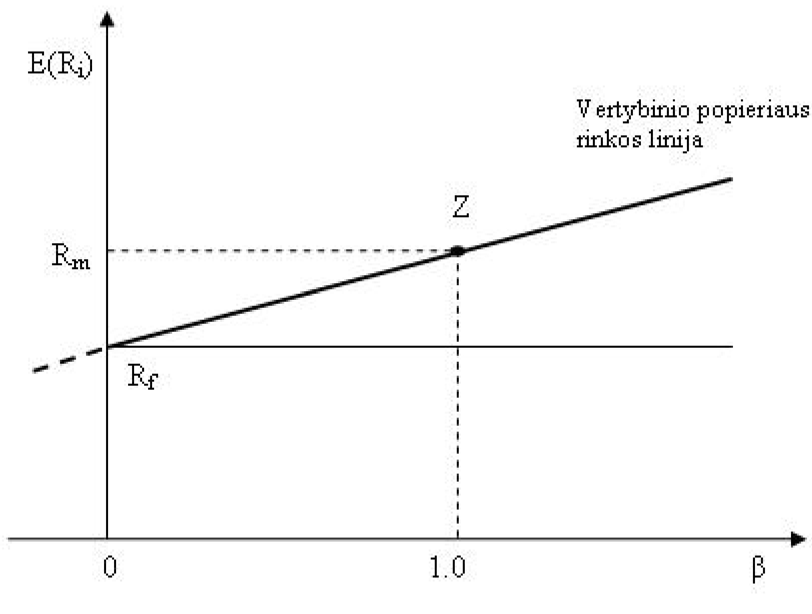
Įvairus turtas gali turėti įvairias beta reikšmes. Kuo didesnė beta, tuo didesnė rizika ir investuotojas reikalauja didesnio pelningumo.[20] Reikalaujamas instrumento i pelningumas gali būti apskaičiuojamas taip[20,22,32]:

$E(R_i) = R_f + \beta_i\ (E(R_m) - R_f)$

kur R_f yra nerizikingas pelningumo tarifas, $E(R_m)$ – planuojamas visos rinkos pelningumas, β_i – beta, arba sisteminė instrumento i rizika. Formulės išraiška $(E(R_m) - R_f)$ reiškia rizikos premiją. Žinant betą ir planuojamą rinkos rizikos premiją, gali būti apskaičiuotas bet kurio instrumento pelningumas.[20,22,32]

Grafiškai (žr. 6 pav.) tai galima pavaizduoti vertikalioje koordinačių ašyje žymint planuojamą pelningumą, o horizontalioje atidedant beta koeficientą – sisteminės rizikos matą, nes atskiras instrumentas į portfelio riziką įneša tik savo sisteminę riziką. Linija R_fZ vadinama vertybinio popieriaus rinkos linija. Ji rodo bet kurio turto, tiek atskiro instrumento, tiek efektyvių ir neefektyvių portfelių rizikos ir reikalaujamo pelningumo santykį.[22,32,39]

Vertybinio popieriaus rinkos linija skiriasi nuo kapitalo rinkos linijos. Ši linija yra grafinis CAPM modelio pavaizdavimą, kuris parodo betą ir reikalaujamą pelningumą. Tuo tarpu kapitalo rinkos linija vaizduoja efektyvią ribą rinkos portfeliui ir parodo planuojamą pelningumą bei standartinį nuokrypį.[32]



6 pav. **Vertybinio popieriaus rinkos linija [39]**

Vertybinio popieriaus rinkos linija yra svarbi vertinant vertybinių popierių kainas. Esant rinkos pusiausvyrai, kiekvienas instrumentas bus ant vertybinio popieriaus rinkos linijos, nes už tam tikrą riziką bus siūloma atitinkama rizikos premija. Investuotojas gali nustatyti, kur yra instrumento kaina vertybinio popieriaus linijos atžvilgiu. Jei instrumentas 6 paveikslo koordinačių sistemoje yra aukščiau už vertybinio popieriaus liniją, tai jis yra pervertintas, o jei instrumentas yra žemiau vertybinio popieriaus linijos, tai jis yra nepakankamai įvertintas, ir investuotojas stengsis nupirkti tokį instrumentą. Norint atlikti šią analizę reikia žinoti tris kintamuosius: nerizikingo turto pelningumą, rinkos indeksą ir instrumento beta koeficientą. Nerizikingo turto pelningumu galima pasirinkti valstybės leidžiamus skolos vertybinius popierių pelningumą. Rinkos pelningumą nustatyti sunkiau, o betą atskiram instrumentui – labai sunku.[32] Be to atliekant analizę, reikia neužmiršti, kad reikalaujamas pelningumas ir rizika yra nustatyti tam tikram laiko momentui. Todėl vertybinio popieriaus rinkos linija gali keistis, jeigu kinta nerizikingas pelningumas arba papildomo pelningumo už riziką rodiklis. Pastarojo kitimui didelės įtakos turi investuotojų psichologija. Jeigu investuotojai darosi pesimistiškesni, jie reikalauja didesnio pelningumo.[20]

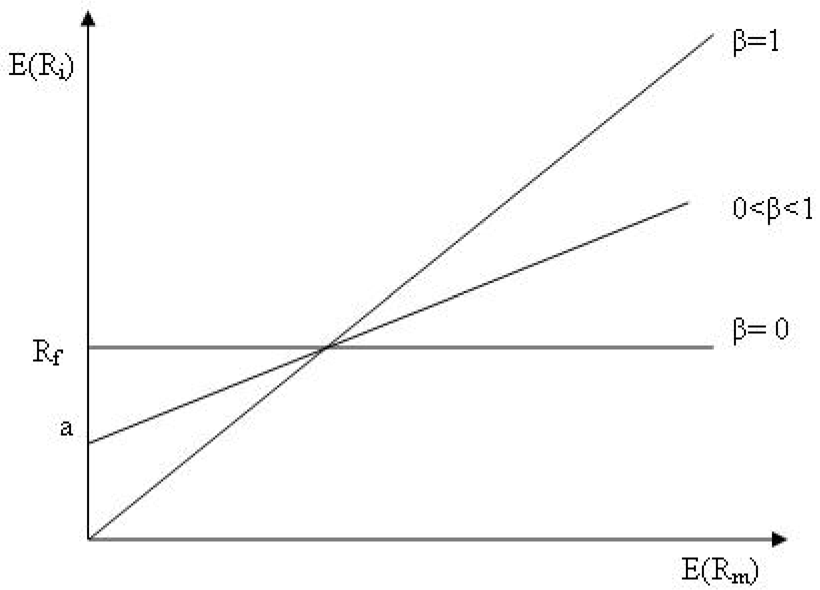
Pertvarkius vertybinio popieriaus rinkos liniją gaunama lygtis, kuri vadinama charakteringąja lygtimi.[47]

$E(R_i) = R_f\,(1 - \beta_i) + \beta_i\,E(R_m)$

o išraišką $R_f\,(1 - \beta_i)$ pažymėjus raide a, gaunama tokia charakteringosios lygties išraiška:

$E(R_i) = a + \beta_i\,E(R_m)$

Ši charakteringoji tiesė (žr. 7 pav.) parodo ryšį tarp vidutinės vertybinio popieriaus ar vertybinių popierių portfelio pelno normos ir rinkos portfelio vidutinės pelno normos. Tiesės krypties koeficientas lygus β. Jei β = 0, tai tiesė yra horizontali ir prasideda taške R_f. Jei beta lygus vienetui, tai charakteringoji lygtis sudarys 45^{o} kampą su abscisių ašimi. Kuo didesnė beta reikšmė, tuo nepastovesnis instrumentas. Instrumentai, kurių beta daugiau už 1, vadinami agresyviaisiais, o instrumentai, kurių beta mažiau nei vienetas vadinami gynybiniais.[47]



7 pav. **Charakteringosios tiesės grafikai [47]**

Kadangi investicinis portfelis turi lygiai tokią pačią pelno normą kaip ir atskiras vertybinis popierius, tai portfelio beta yra lygus portfelyje esančių vertybinių popierių betų svertiniam vidurkiui[47].

$$\beta_p = \sum_{i=1}^{n} X_i \beta_i$$

kur X_i – instrumento i dalis portfelyje ir β_i – instrumento i beta koeficientas.

Diversifikuotas portfelis su beta reikšme mažesne už 1 bus mažiau nepastovus nei rinkos portfelis ir priešingai portfelis su beta reikšme didesne už 1 bus labiau nepastovus nei rinkos portfelis. Portfelio, sudaryto iš n instrumentų, pajamų dispersija apskaičiuojama pagal formulę[47]:

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^{n} X_i^2 \sigma_i^2 (e_i)$$

CAPM modelis buvo revoliucinis atradimas finansų ekonomikoje, tačiau daugelis praktinių šio modelio pritaikymo studijų parodė, kad realybėje yra skirtumų. Pasirodė, kad CAPM modelio naudojimas įvertinti portfelio valdymui yra nelabai patikimas, nes rezultatas gali žymiai priklausyti nuo to, koks indeksas pasirenkamas kaip rinkos ekvivalentas. Dėl šio trūkumo buvo bandoma rasti kitus modelius portfeliams įkainoti ir vienas iš jų buvo arbitražo įkainojimo teorija. [32]

2.1.4. Arbitražo įkainojimo teorija

Arbitražo įkainojimo teorija yra alternatyvus CAPM teorijai modelis. Jį 1976 m. pasiūlė S. Ross. Pagal arbitražo įkainojimo teoriją, kaip ir pagal CAPM investuotojui yra kompensuojama už nediversifikuotos rizikos prisiėmimą. Pagal šią teoriją, investuotojai naudojasi arbitražu. Jei du vienodos rizikos portfeliai turi skirtingą pelningumą, tai investuotojai pirks portfelį, turintį didesnį pelningumą, ir kito portfelio pelningumas automatiškai padidės. Kitaip sakant, vienodos sisteminės rizikos turtų reikalaujamas pelningumas yra vienodas. Arbitražo įkainojimo teorija pagrįsta trimis pagrindinėmis prielaidomis[39]:

- kapitalo rinkose yra tobula konkurencija;
- investuotojai teikia pirmenybę didesniam turtui nei mažesniam, esant apibrėžtai rizikai;
- laukiama turto grąža gali būti išreikšta tiesine funkcija su K rizikos faktorių.

Ši teorija svarbi tuo, kad supaprastina CAPM modelį atsisakydama kai kurių prielaidų, kurios buvo reikalaujamos CAPM modelyje ir realybėje yra sunkiai pasiekiamos. Arbitražo įkainojimo teorijoje atsisakoma investuotojo naudingumo funkcijos, instrumentų pasiskirstymo pagal normalųjį skirstinį ir prielaidos, kad rinkos portfelis, sudarytas iš visų rizikingų aktyvų yra efektyvus vidurkio – variacijos požiūriu. Dėl tokio W. Sharpe teorijos supaprastinimo ir dėl galimybės paaiškinti skirtingų instrumentų (ne tik tų, kurių pelningumai pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį) riziką, šis modelis laikomas geresniu nei CAPM. Arbitražinės teorijos ir CAPM modelio palyginimas pateiktas 1 lentelėje. Kaip pažymima vienoje iš pagrindinių prielaidų, laukiamas pelningumas yra išreiškiamas K faktorių tiesine lygtimi[14,29]:

$Ri = E(R_i) + b_{i1}\delta_1 + b_{i2}\delta_2 + \ldots + b_{ik}\delta_k + \varepsilon_i$

kur Ri yra faktinė instrumento i grąža, $E(R_i)$ - laukiama instrumento i grąža, kai visi rizikos faktoriai nesikeičia, b_{ik} – instrumento i jautrumas k rizikos faktoriui, δ_k – faktoriaus k pokyčiai ir ε_i – atsitiktinė instrumento i paklaida, kuri gali būti pilnai panaikinta diversifikuojant portfelį.

Pagal šią lygtį, instrumento faktiškas pelningumas yra sudarytas iš planuojamo pelningumo ir jį veikiančių faktorių, kurie gali veikti tiek teigiamai, tiek neigiamai. Lygtis vadinama faktorių modeliu. Ji rodo instrumento pelningumo elgesį ir nieko nesako apie rinkos pusiausvyrą.[32]

Du dydžiai δ_k ir b_{ik} reikalauja detalesnio paaiškinimo. Dydis δ yra sudėtinis rizikos faktorius, kuris turi įtakos instrumento grąžai. Tai gali būti infliacija, bendrojo vidaus produkto augimas, eksporto apimtis, palūkanų norma ir kiti veiksniai galintys turėti įtakos būsimam instrumento pelningumui. Arbitražinėje įkainojimo teorijoje teigiama, kad rizikos veiksnių gali būti daug lyginant su CAPM modeliu, kuriame yra vienas faktorius β, lemiantis būsimą pelningumą. [39]

1 lentelė. **CAPM modelio ir Arbitražo įkainojimo teorijos palyginimas [39]**

	CAPM	**Arbitražo įkainojimo teorija**
Lygties forma	tiesinė	tiesinė
Rizikos faktorių skaičius	1	K (≥ 1)
Rizikos premija	$[E(R_m) - R_f]$	$\{\lambda_j\}$
Jautrumas rizikai	β_i	$\{b_{ik}\}$
Grąža kai nulinė beta	R_f	$\{\lambda_0\}$

Dydis b_{ik} parodo, kiek instrumentas jautrus konkrečiam rizikos faktoriui. Pavyzdžiui, jei vieno instrumento pelningumą stipriai įtakoja rinkos palūkanų norma, tai dydis b_{ik} prie rizikos faktoriaus, žyminčio rinkos palūkanų normą, turės didesnę skaitinę vertę negu instrumento, kurio pelningumą rinkos palūkanų norma lemia daug mažiau.[39]

Panašiai kaip CAPM modelyje, arbitražo įkainojimo teorijoje yra prielaida, kad specifinė rizika ε_i gali būti diversifikuojama dideliame portfelyje. Atsižvelgiant į tai laukiama instrumento grąža gali būti išreiškiama formule[39]:

$E(R_i) = \lambda_0 + b_{i1}\lambda_1 + b_{i2}\lambda_2 + \ldots + b_{ik}\lambda_k$

kur λ_0 yra laukiama instrumento grąža su nuline sistemine rizika, λ_k – rizikos premija susijusi su k-tuoju rizikos faktoriumi ir b_{ik} apibūdina instrumento jautrumą rizikos faktoriui k.

Portfelyje nenumatytas su firma susijęs pelningumas yra eliminuojamas, kaip ir pagal CAPM teoriją[32]:

$R_p = (W_1R_1 + W_2R_2 + \ldots + W_nR_n) + (W_1R_{1,1} + \ldots + W_2R_{1,2} + W_nR_{1,n})b_1 + (W_1R_{2,1} + W_2R_{2,2} + \ldots$ $\ldots + W_nR_{2,n})b_2 + \ldots$

Šioje formulėje W_n – instrumento n dalis portfelyje, R_n – planuojamas instrumento n pelningumas ir b_n – faktoriaus jautrumas n instrumentui.

Arbitražo įkainojimo teorija yra pusiausvyros teorija tokiems planuojamiems pelningumams, kuriems reikia taikyti tokį modelį, kaip faktorių modelis. Ši teorija nieko nesako apie faktorių dydį ir kryptį. Tai turi būti nustatyta empiriškai. Arbitražo įkainojimo teorija yra bendresnė negu CAPM modelis. Daugelis empirinių darbų siūlo naudoti nuo trijų iki penkių įtakojančių faktorių. Šios teorijos autoriai mano, kad teorija tinka strateginiam portfelio planavimui. Reikėtų stengtis atpažinti keletą ilgalaikių vidutinius pelningumus veikiančių veiksnių. Arbitražo įkainojimo teorijos pranašumas yra tas, kad ji paaiškina skirtumą tarp didelių ir mažų kapitalizacijų firmų akcijų pelningumo. Jeigu mažos kapitalizacijos akcijos turi mažesnę betą, tai pagal CAPM jos turėtų turėti mažesnį reikalaujamą pelningumą. Tačiau kai kuriose rinkose mažos kapitalizacijos akcijos ir jų indeksai dažnai lenkia didelės kapitalizacijos akcijas ir jų indeksus, kas prieštarauja CAPM. Arbitražo įkainojimo teorija tokią padėtį aiškina tuo, kad mažos kapitalizacijos akcijos turi tam tikrų specifinių rizikos faktorių, kurie veikia mažas firmas, bet neveikia didelių firmų akcijų, dėl to mažos kapitalizacijos akcijos kompensuojamos didesniu pelningumu.[32]

Įvairios studijos teoriją vertina nevienareikšmiškai. Roll ir Ross bei Chen tyrimai teoriją palaiko dėl to, kad modelis geriau paaiškino skirtingus pelningumus negu CAPM. Tačiau kitos studijos teorijos nepriėmė, nes ji nesugebėjo identifikuoti faktorių ir dėl to teorija tapo neįrodoma.[32] Tolimesni šios teorijos tyrimai tęsiasi pagrindinių faktorių, lemiančių riziką, identifikavimo linkme. [14,39]

Apibendrinant galima pažymėti, kad šiame skyriuje buvo apžvelgta moderniosios portfelio teorijos formavimosi ir plėtojimo evoliucija. H. Markowitz buvo pirmasis pradėjęs analizuoti portfelio sudarymą, todėl jis pagrįstai yra vadinamas portfelio teorijos pradininku. Jis pirmasis analizavo ir apskaičiavo portfelio pelningumą bei riziką naudodamasis matematinės statistikos metodais. Optimalaus portfelio radimas H. Markowitz analizėje rėmėsi vidurkio ir standartinio nuokrypio skaičiavimais bei efektyvios portfelių aibės sudarymu remiantis šiais parametrais. Po H. Markowitz straipsnio paskelbimo 1952 m., didėjo susidomėjimas šia sritimi.

J. Tobin į portfelio analizę įtraukė nerizikingus aktyvus ir parodė, kad visiems investuotojams yra vienas optimalus portfelis, taip supaprastindamas H. Markowitz modelį optimalaus portfelio paieškos atžvilgiu. W. Sharpe toliau plėtojo idėją supaprastinti H. Markowitz modelį, kuris rėmėsi to meto technikai sudėtingais skaičiavimais ir dėl to buvo sunkiai praktiškai pritaikomas. W. Sharpe indėlis į moderniąją portfelio teoriją buvo pagrindinio kapitalo įkainojimo modelio (CAPM) sukūrimas, kurį mokslininkas išplėtojo iš anksčiau savo kurto vienfaktorinio rinkos modelio. Šio modelio pagrindinė idėja yra ta, kad instrumento reikalaujamą pelningumą galima apibrėžti per sisteminę ir nesisteminę riziką, kurią žymi alfa ir beta koeficientai. Žinant šiuos instrumento koeficientus, juos galima pritaikyti išrenkant jų derinį – portfelį. Tačiau tolimesni tyrimai parodė, kad CAPM modelis turi trūkumų. Plėtojant moderniąją portfelio teoriją prisidėjo ir S. Ross, kuris, norėdamas ištaisyti CAPM modelio trūkumus, 1976 m. pasiūlė arbitražinę įkainojimo teoriją. Arbitražinė įkainojimo teorija remiasi keletu rizikos faktorių, kurie nusako instrumento ir portfelio pelningumą. Šios teorijos kertinė idėja ta, kad vienodos sisteminės rizikos instrumentų ar portfelių pelningumas turi būti toks pats. Tačiau ir šios teorijos vertinimai nevienareikšmiai. Trys pirmieji moderniosios portfelio teorijos pradininkai H. Markowitz, J. Tobin ir W. Sharpe buvo apdovanoti Nobelio ekonomikos premija už indėlį į finansų ekonomikos mokslą. Tačiau klausimų ir problemų vis kyla portfelio teoriją taikant praktiškai. Tad nuolat vyksta naujų modelių, padėsiančių geriau pasirinkti optimalų portfelį ir įkainoti aktyvus, paieškos.

Mokslininkų idėjos ir studijos, kilusios vertinant ir tobulinant moderniąją portfelio teoriją, literatūroje dažnai vadinamos postmodernia portfelio teorija.[5,38] Kitame poskyryje trumpai apžvelgiama, kaip vystėsi portfelio mokslas po šių pirminių portfelio teorijų ir modelių, vadinamų moderniąja portfelio teorija.

2.2. Alternatyvūs portfelio optimizavimo modeliai

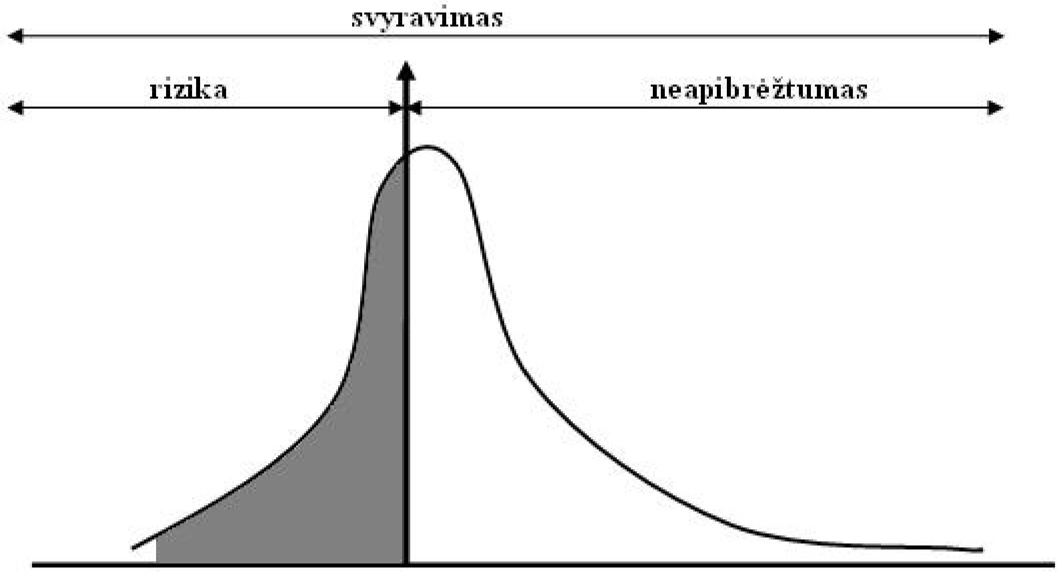
2.2.1. Postmodernioji portfelio teorija

Visa mokslininkų karta pradedant H. Markowitz padėjo pagrindus ir išplėtojo mokslą, dabar žinomą kaip modernioji portfelio teorija. Didžiausias moderniosios portfelio teorijos indėlis buvo rizikos – pelningumo analizės modelių sukūrimas priimant investicinius sprendimus. Apibrėždamas investicinę riziką kiekybiniais terminais, H. Markowitz pasiūlė matematinį požiūrį portfelio valdymui ir turto parinkimui. Tačiau ir H. Markowitz, ir W. Sharpe pripažino, kad modernioji portfelio teorija turi svarbių trūkumų. Tam tikromis sąlygomis vidurkio – variacijos požiūris gali pasirodyti netinkamas prognozuojant rinkos elgesį. H. Markowitz jau kurdamas savo vidurkio – variacijos modelį pastebėjo, kad modelis pagrįstas semivariacija būtų geresnis, tačiau dėl portfelio teorijos kūrimo metu buvusios skaičiavimo problemos savo analizės pagrindu jis laikė variaciją ir standartinį nuokrypį.[5,36,38]

Moderniosios portfelio teorijos trūkumų priežastys yra prielaidos, kad portfelio pelningumo standartinis nuokrypis yra teisingas investicijų rizikos matas ir kad visų instrumentų pelningumas pasiskirstęs pagal normalųjį skirstinį. Kitaip kalbant, moderniosios portfelio teorijos trūkumai yra rizikos ir grąžos matavimo priemonės, nes jos ne visada atspindi realias rinkas. Nauji pasiekimai portfelio ir finansų teorijoje kartu su išaugusiomis apskaičiavimo galimybėmis leido sumažinti šios teorijos trūkumus. Išplėtota rizikos – grąžos paradigma yra žinoma kaip postmodernioji portfelio teorija. [5,36]

Modernioje portfelio teorijoje rizika yra apibrėžiama kaip bendras pelningumo svyravimas apie vidutinį pelningumą ir matuojama variacija ar standartiniu nuokrypiu. Šioje teorijoje visi svyravimai apie vidutinį pelningumą vertinami vienodai – tiek ir žemesni, tiek ir aukštesni nei vidurkis pelningumai. Iš to seka, kad variacija yra simetriškas rizikos matas, tačiau realiai yra kitaip. Investuotojai siekia, kad pelningumo svyravimas būtų aukščiau vidutinio pelningumo, o nori išvengti tokių svyravimų, kurie yra mažesni už vidutinį pelningumą. Taigi rizika nėra simetriška, ji daugiau yra toje pusėje, kur variacija yra žemiau pelningumo vidurkio.[5,31,36]

Modernioje portfelio teorijoje laukiamu pelningumu buvo laikomas tik vidutinis pelningumas. Postmodernioji portfelio teorija skiriasi ir tuo, kad pripažįsta, jog investicinę riziką reikia pritaikyti kiekvieno investuotojo siekiamam pelningumo dydžiui. Tada bet koks pelningumas didesnis už investuotojo norimą grąžą, nors ir mažesnis už vidutinį instrumento pelningumą, neatspindės finansinės ar ekonominės rizikos. Postmoderniosios portfelio teorijos neigiamos rizikos matas atskiria svyravimus aukščiau ir žemiau laukiamo pelningumo. Pasak šios teorijos, tik žemiau už investuotojo siekiamą pelningumą esantys svyravimai sukelia riziką. Visi svyravimai aukščiau norimo pelningumo sukelia netikrumą, bet yra nerizikingi(žr. 8 pav.). Investuotojo siekiamas pelningumas postmodernioje portfelio teorijoje vadinamas kaip minimalus priimtinas pelningumas (sutr. MAR). Jis reiškia pelningumo normą, kuri turi būti uždirbta norint pasiekti investuotojo apibrėžtą finansinį tikslą. MAR yra įtrauktas į efektyvios linijos skaičiavimą, todėl kiekvienam MAR yra unikali efektyvioji linija. Išsireiškiant kitaip, bet kokiam rizikos, pelningumo ir kovariacijos deriniui yra begalybė efektyvių linijų, iš kurių kiekviena susijusi su tam tikru MAR.[5,31,36]



8 pav. **Rizikos supratimas postmodernioje portfelio teorijoje [5]**

Neigiamos (kritimo) rizikos matas postmoderniojoje portfelio teorijoje yra investuotojo pasirinkto MAR semivariacija. Kritimo rizika yra asimetrinis rizikos matas, kuris tikimybiškai įvertina kvadratinius nuokrypius, esančius žemiau už pasirinktą MAR.[5,38] Formulė kritimo rizikos skaičiavimui yra tokia[38]:

$$d = \sqrt{\int_{-\infty}^{MAR} (MAR - r)^2 f(r) dr}$$

čia d yra neigiama (kritimo) rizika, MAR – minimalus priimtinas pelningumas, r yra atsitiktinis kintamasis parodantis pelningumo pasiskirstymą ir f(r) yra trijų parametrų lognormalinis skirstinys.[38]

Naudingas postmoderniosios portfelio teorijos bruožas tas, kad kritimo rizika gali būti išskaidyta į du nepriklausomus komponentus, kuriuos galima analizuoti atskirai. Šios dvi rizikos sudedamosios dalys žinomos kaip kritimo tikimybė ir vidutinė kritimo reikšmė. Kritimo tikimybė matuoja nesėkmės galimybę siekiant MAR. Vidutinė kritimo reikšmė matuoja vidutinį nuokrypį žemiau MAR. Šie du matavimo parametrai pakeičia požiūrį į portfelio ar atskiros priemonės rizikos prigimtį.[5,31]

Vertinant investicijų rezultatus postmoderniojoje portfelio teorijoje, sukurtas Sortino rodiklis pakeičiantis tradicinį modernioje portfelio teorijoje naudotą Sharpe rodiklį. Sortino rodiklis matuoja grąžą, atsižvelgiant į MAR, vienam neigiamos (kritimo) rizikos vienetui. Jis apskaičiuojamas tokia formule[38]:

$$\frac{r - MAR}{d}$$

čia r – metinė pelningumo norma, MAR – mažiausias priimtinas pelningumas ir d – neigiama rizika.

Norint prognozuoti būsimą pelningumą ir riziką bei optimizuoti portfelį, abiejose teorijose reikia analizuoti praėjusių laikotarpių pelningumą ir jo pasiskirstymą. Empiriniai statistinių duomenų tyrimai parodė, kad dauguma pelningumų nėra simetriški, todėl postmoderniojoje portfelio teorijoje naudojama asimetrinių skirstinių klasė.[5,31] Siekiant apskaičiuoti skirstinio asimetriškumo dydį įvedama matavimo priemonė – asimetrijos koeficientas. Koeficiento reikšmės didesnės už 1 rodo teigiamą asimetriją, mažesnės už 1 reikšmės – neigiamą asimetriją, o kai asimetrijos koeficientas lygus vienam, tai skirstinys simetriškas.[38]

Kadangi šioje teorijoje tiksliau matuojama rizika ir parenkami geriau instrumentų pelningumą atspindintys skirstiniai, tai ši teorija suteikia galimybę labiau sumažinti riziką ir padidinti laukiamą grąžą lyginant su modernios portfelio teorijos naudojamais metodais. Tai reiškia efektyvesnį portfelio optimizavimą. Atlikti empiriniai abiejų teorijų palyginimai optimizuojant portfelius, parodė postmoderniosios portfelio teorijos pranašumą. [5,36]

Taigi postmodernioji portfelio teorija panaikino kai kuriuos svarbius moderniosios portfelio teorijos trūkumus ir kartu su šiuolaikinėmis kompiuterinėmis technologijomis padeda investuotojams priimant investicinius sprendimus bei renkantis finansines priemones ir optimizuojant portfelį.

2.2.2. Portfelio valdymas rizikos vertės metodu

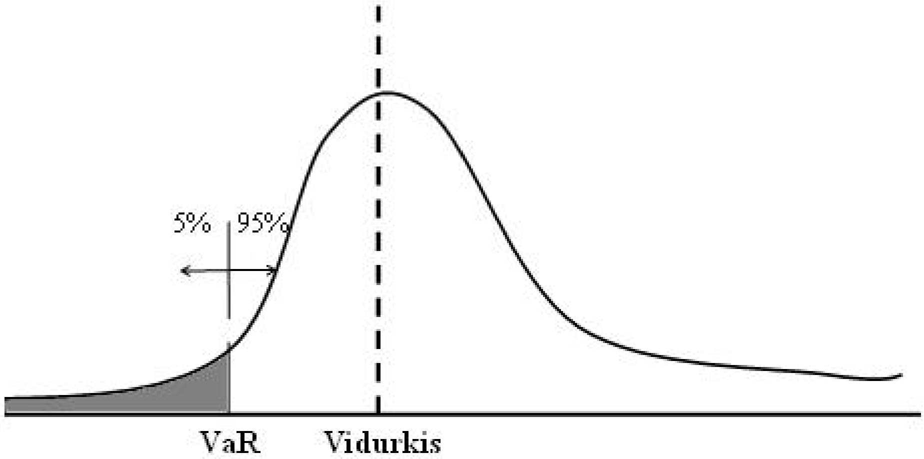
Vienas iš alternatyvių rizikos matavimo būdų, kuris taikomas portfelio teorijoje yra rizikos vertės metodas (sutr. VaR). Šis modelis parodo, koks yra didžiausias galimas nuostolis per tam tikrą laiką su pasirinktu tam tikru pasitikėjimo lygiu. Grafiškai tai pavaizduota 9 paveiksle. Dažniausiai šią metodiką taiko investiciniai bankai ir fondai, norėdami išmatuoti savo portfelių riziką, tačiau VaR yra nespecializuota koncepcija, kuri gali būti plačiai taikoma. Kadangi šis modelis riziką apibrėžia vienu skaičiumi – didžiausiu įmanomu nuostoliu tam tikrame laiko intervale, todėl yra gana paprastas lyginant su kitais. Šio metodo paprastumas lėmė tai, kad jis tampa vis labiau standartiniu rizikos matu ne tik finansinėms institucijoms, bet ir kitam verslui bei privatiems investuotojams. Jo naudojimą skatina Tarptautinis atsiskaitymų bankas, Federalinė rezervų sistema. [9,40,42,49]

VaR metodas turi tris parametrus[49]:

- analizuojamą laiko horizontą (periodą). Jis gali būti nustatomas pasirinktinai. Tarkim finansinės institucijos gali nustatyti laiko periodą, kurį yra įsipareigoję laikyti portfelį arba laiką, reikalingą parduoti aktyvams. Dažniausiai VaR modelyje naudojami periodai yra viena diena, dešimt dienų arba vieneri metai;

- pasikliautinumo lygmuo yra tikimybė, su kuria VaR neviršys apskaičiuotų maksimalių nuostolių. Dažniausiai naudojami 95% ir 99% pasikliautinumo lygmenys;
- VaR yra matuojamas tam tikrai valiuta, t. y. pinigine išraiška.

Įvertinant VaR, naudojamasi keletu skirtingų būdų. Kiekvienas modelis turi savo prielaidų rinkinį, tačiau galioja visiems bendras teiginys, kad istoriniai rinkos duomenys geriausiai įvertina ateities pokyčius. Pagrindiniai VaR įvertinimo modeliai yra variacijos – kovariacijos modelis, istorinė analizė bei Monte Karlo modelis.[49]



9 pav. **VaR dydis su 95 % pasikliovimo lygmeniu [46]**

Variacijos – kovariacijos modelis, dar vadinamas parametriniu modeliu. Jame daroma prielaida, kad rizikos faktoriai ir pelningumas yra pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį ir kad portfelio pelningumas yra tiesiškai priklausomas nuo rizikos faktorių. Ši metodologija įvertina VaR naudojantis lygtimi, kuri apibrėžiama specifiniais parametrais, tokiais kaip kintamumas, koreliacija, delta ir gama. Naudojantis šiuo metodu, VaR apskaičiavimas yra greitesnis ir paprastesnis nei kitų metodų, taip pat nereikia daug istorinių duomenų. Šiame modelyje sudaromos svyravimų ir koreliacijos matricos. Parametrinis modelis gana tikslus instrumentams, kurie aprašomi tiesine lygtimi ir mažiau tikslus kitiems instrumentams.[42,48,49]

Istorinio simuliacinio modelio pagrindinė idėja ir prielaida ta, kad instrumentų pelningumo pasiskirstymas yra toks, koks ir buvo praeityje. VaR šiame modelyje įvertinamas skaičiuojant faktinius praėjusių laikotarpių pelningumus ir sudarant instrumento pasiskirstymo funkciją, todėl ši metodologija tinkama aktyvams, kurių pasiskirstymas nežinomas, taip pat tiems kurių pasiskirstymas nėra tiesinis. Įvertinama kritimų ir korekcijų rizika, bet tik tuo atveju, jei instrumentų istoriniuose duomenyse taip pat buvo kritimų. Šio modelio trūkumas tas, kad istoriniai duomenys nevisai teisingai atspindi esamas rinkos sąlygas, todėl jais remiantis prognozuoti tolimą ateitį gali būti sudėtinga.[48,49]

Monte Karlo modelyje būsimas aktyvų pelningumas yra daugiau ar mažiau atsitiktinai imituojamas. Daug istorinių duomenų šiam modeliui nereikia. Monte Karlo modelis leidžia naudoti įvairius pasiskirstymų tipus ir modeliuoti keletą galimų scenarijų. [42,48,49]

Kiekvienas paminėtas VaR įvertinimo modelis turi savų privalumų ir trūkumų. Vienas arba kitas gali tikti geriau atsižvelgiant į naudojimo tikslus, skaičiavimo sistemos galimybes, portfelio sudėtį ir kitus faktorius. Pasirinkta VaR skaičiavimo metodologija turi derintis su turimo portfelio pobūdžiu ir struktūra. [42,48]

Portfelio VaR su apibrėžtu patikimumu parodo didžiausią galimą portfelio nuostolį, kuris gali būti per tam tikrą laiką. Matematiškai portfelio VaR galima išreikšti tokia formule[40]:

$$VaR = \alpha \times \sigma \times \sqrt{T}$$

kur α yra patikimumo koeficientas, σ – portfelio svyravimas, apskaičiuojamas pelningumo standartiniu nuokrypiu ir T – laiko periodas, kuriam skaičiuojama VaR.

Tačiau VaR modelis nėra rizikos matavimo panacėja. Ši metodologija turi keletą silpnų pusių. Šioje teorijoje parodomi galimi nuostoliai su tam tikra tikimybe. Tačiau egzistuoja ir tikimybė, kad nuostoliai gali viršyti VaR dydį. Apie šiuos nuostolius teorija nieko nepasako. Rinkos praktikai skeptiškai atsiliepia ir apie 99,9% tikimybės taikymą VaR modelyje ir ją vadina moksline fantastika. Kitas šio modelio trūkumas tas, kad ši metodika neįvertina individualaus investuotojo naudingumo funkcijos. Kitais žodžiais sakant, vienam investuotojui maksimalūs galimi nuostoliai bus vienoki, o kitam – visai kiti. Vienas iš techninių modelio trūkumų yra tai, kad formuoti du portfelius A ir B galima tik tokiu būdu[49]:

$$VaR(A+B) > VaR(A) + VaR(B)$$

Toks portfelio diversifikavimas nepriimtinas, nes dviejų portfelių rizika padidėja, kai tuo tarpu diversifikuojant portfelį siekiama minimalios rizikos. Nors ir plačiai propaguojamas kaip rizikos, tame tarpe ir portfelio, įvertinimo matas, kuris naudojamas ir finansinėse institucijose, VaR modelis tiksliai neapibrėžia rizikos. Visgi šio metodo sukūrimas ir naudojimas praktikoje leidžia į riziką pažvelgti dar kitu aspektu ir, mūsų nuomone, VaR kaip papildomas portfelio rizikos įvertinimo įrankis yra naudingas priimant investicinius sprendimus ir optimizuojant portfelį.

2.2.3. Lietuvos mokslininkų tyrimai: adekvataus portfelio teorija

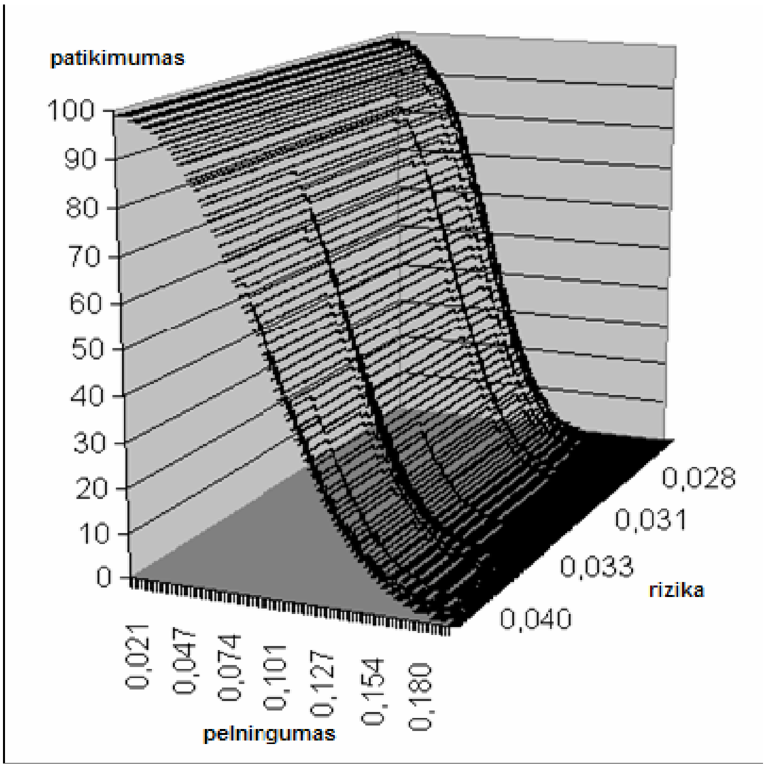
Paprastai, kalbant apie portfelio teoriją ir jos kūrėjus, dažniausiai turime galvoje amerikiečių ekonomistus. Ir tai visai suprantama, nes moderniosios portfelio teorijos pradininkai H. Markowitz, J. Tobin, W. Sharpe ir kiti buvo amerikiečiai. Palaipsniui šių mokslininkų iškeltomis portfelio optimizavimo ir aktyvų įkainojimo problemomis pradėjo domėtis ir į jas gilintis vis daugiau ekonomistų. Lietuvių mokslininkai, o ypač profesorius A. Rutkauskas irgi gilinasi į investicijų portfelio teoriją. Šio mokslininko neseniai vykdyti tyrimai įdomūs tuo, jog jis siūlo patobulinti moderniąją portfelio teoriją ir pristato adekvataus portfelio koncepciją. Pagrindinės šios teorijos idėjos apibendrinamos šiame skyrelyje.

Adekvačiu investicijų portfeliu vadinamas portfelis, sudarytas iš investicinių aktyvų, kurie, kaip ir paties portfelio pelningumas, yra aprašomi naudojant stochastinių dydžių skirstinius. Adekvačiojo portfelio idėja ir technika investuotojui leidžia operuoti ne tik pelningumo ir rizikingumo rodikliais, bet ir pelningumo garantijos sąvoka, kuri natūraliai įsipina į sprendimų valdymo logiką. Ši teorija leidžia įvertinti investicinių sprendimų patikimumą.[1-4]

Jeigu galutine savo išraiška klasikinė portfelio analizės, valdymo ar kitokio naudojimo schema yra gana aiški, tai kelias į šį paprastumą nėra toks lengvas. Efektyviosios kreivės, kaip ir gaubiamosios kreivės, funkcinė išraiška, kurią būtina naudoti taikant teoriją praktiškai, nėra akivaizdi bendruoju atveju. Sudarant ir valdant portfelį, reikia operatyviai nustatyti įvairias galimas portfelio būsenas, aprašyti būsenų sąveiką ir nagrinėti kitokias portfelio savybes. Modernaus portfelio sudarymo ir naudojimo schema nėra adekvati šiems portfelio savininko tikslams, nes[4]:

- tik nedaugelis rizikos recipientų galėtų kiekybiškai apibūdinti savo naudingumo kreivę kaip pelningumo ir rizikos funkciją. Daugeliui jų yra natūraliai suprantama naudingumo funkcijos idėja, kaip būtinumas subendramatinti pelningumo mastus ir jų garantiją, suprantamą kaip tikimybė, kad pelningumas bus ne mažesnis negu pasirinkto lygmens;
- tikėtinas pelnas, kuris modernioje portfelio teorijoje identifikuojamas vidutiniu pelnu, nėra labiausiai tikėtina ar kitokia garantijos lygmenį turinti reikšmė, nes vidutinio pelno tikimybė gali pasirodyti maža, arba atvirkščiai;
- ši teorija nenumato vertinti visų pelno galimybių, esant tam tikram portfelio rizikos lygmeniui;
- ši teorija nenumato, kaip garantuoti norimą siekiamo pelno patikimumą, nes tam reikia mokėti parinkti ne tik pagal pelno vidurkio ir standartinio nuokrypio rodiklius sudarinėjamus portfelius, tačiau ir bet kurio lygmens kvantilio ir rizikos pagrindu sudarinėjamus portfelius.

Tikėtinas arba vidutinis pelningumas – tai visų investicijų kartu paėmus apibendrinta portfelio pelno galimybių būsena. Be to tai tiktai viena iš aibės galimybių neretai nekelianti tokio didelio dėmesio kaip tam tikro lygmens kvantilis. Kiekvienu konkrečiu atveju vidutinis pelnas bus viena iš visų pelno galimybių, kurias nusako tik jų tikimybės skirstinys. Portfelio pelningumo kaip atsitiktinio dydžio traktuotės būtinumą patvirtina ir ta aplinkybė, kad tiek atskirų instrumentų, tiek ir portfelio kaina yra atsitiktiniai dydžiai. Taigi išsamų portfelio pelningumo vaizdą galima turėti tik pasitelkus atsitiktinio dydžio kaip adekvačiausio šio pelno finansinio ir matematinio modelio logiką ir to atsitiktinio dydžio galimybių tikimybės skirstinį. Savo ruožtu toks portfelio pelningumo galimybių aprašymas leidžia iki galo atskleisti pelningumo garantijos ir rizikos, kaip pelno galimybių nepastovumo, sąveiką su investuotojo naudingumo funkcija. Tai būtina siekiant sistemiškai įvertinti riziką ir sukurti adekvatų jos valdymo modelį. Taigi norint išlaikyti susiklosčiusį portfelio reikšmių aibės geometrinį akivaizdumą, portfelį reikia nagrinėti ne plokštumoje rizika – pelningumas, bet erdvėje rizika – pelningumas – pelningumų patikimumas (žr. 10 pav.). [1-4]



10 pav. **Erdvinis efektyviosios aibės vaizdas [3]**

Realiai investicijų, esančių portfelyje, pelningumai matuojami ir realizuojami ne savo vidurkiais, o vienomis iš galimų reikšmių, kurias nusako investicijų rinka ir įsigijimo kainos. Todėl investuotojui svarbu matyti visą galimų portfelių pelnų galimybių aibę, o ne tik modernaus portfelio efektyvioje linijoje esančius portfelius. Taigi investuotoją domina visa efektyvioji zona, kuri suprantama kaip efektyviųjų linijų visuma visiems pasirinktų investicijų galimybių tikimybių skirstinio kvantiliams. Adekvačiojo portfelio teorijoje deklaruojama, kad vienas iš pagrindinių jo privalumų yra investavimo sprendimų patikimumo įvertinimas. Išlikimo funkcijų šeima yra universalus skirtingų pelningumo lygių, esant skirtingiems rizikos lygmenims, garantijos matuoklis.[2-4]

2 lentelė. **Moderniosios ir adekvačios portfelio teorijų palyginimas [4]**

Modernioji portfelio teorija	Adekvati portfelio teorija
• Nustato efektyviąją liniją, kurioje esantys portfeliai turi maksimalius tikėtinuosius (vidurkinius) pelningumus tarp visų duoto rizikingumo portfelių iš galimų portfelių aibės.	• Nustato efektyvumo zoną, kurioje kiekvienam galimų portfelių aibės rizikos lygmeniui yra maksimalių galimybių tikimybių skirstinys.
• Kiekvieno investuotojo bešališkumo kreivė leidžia parinkti portfelį, kuriame investuotojas pasiekia didžiausią pelningumą.	• Kiekvieno investuotojo naudingumo funkcijai leidžia parinkti tokį rizikos lygmenį, o kartu ir tokį maksimalių galimybių skirstinį, kuris maksimizuoja investuotojo naudą, o kartu ir investicijų visumos sukurtą naudą.
• Atskirų investicijų pelningumas, kaip ir portfelių, suvokiamas kaip sąveika tarp vidurkių ir standartinių nuokrypių.	• Kiekvienos investicijos pelningumo galimybės, kaip ir viso portfelio, yra nagrinėjamos kartu su rizikos priėmėjų naudingumo funkcijomis.

Optimizuodamas adekvatųjį portfelį investuotojas remiasi trimis kriterijais: portfelio pelningumu, patikimumu ir rizikingumu. Norint optimizuoti adekvatųjį portfelį, būtinai reikia nustatyti portfelio, kaip investicijos, galimybių tikimybės skirstinį kiekvienam rizikos lygmeniui. Naudingumo funkcija, kuri reikalinga portfelio optimizavimui, adekvačioje portfelio teorijoje turi būti trimatė, todėl yra žymiai sudėtingesnė, nes ne tik daugėja kriterijų, tačiau reikia įvertinti kiekvieno kriterijaus poveikį tarpusavyje.[1]

Kaip galima matyti iš adekvataus portfelio teorijos pagrindinių principų aprašymo, ji turi tam tikrų esminių skirtumų nuo moderniosios portfelio teorijos. Šių teorijų palyginimas yra pateiktas 2 lentelėje. Profesorius A. Rutkauskas ir kiti mokslininkai atlieka daug empirinių tyrimų, [2-4] norėdami patikrinti savo teorijos veiksmingumą ir pranašumą prieš klasikine vadinamą moderniąją portfelio teoriją. Kai kurių tyrimų rezultatai rodo, kad naudojantis adekvataus portfelio teorija ir formuojant valiutų kursų ir akcijų portfelį, su didele garantija galima gauti didesnę grąžą negu rinkos vidurkis. [4] Taigi kurdami adekvataus portfelio teoriją, lietuvių mokslininkai irgi prisideda prie bendros portfelio teorijos plėtojimo ir tobulinimo, kuri buvo išvystyta stengiantis padėti investuotojams priimti kuo tikslesnius ir racionalesnius sprendimus valdant savo investicijas.

3. PORTFELIO TEORIJŲ TAIKYMO LIETUVOJE TYRIMAS

3.1. Markowitz modelio tyrimas

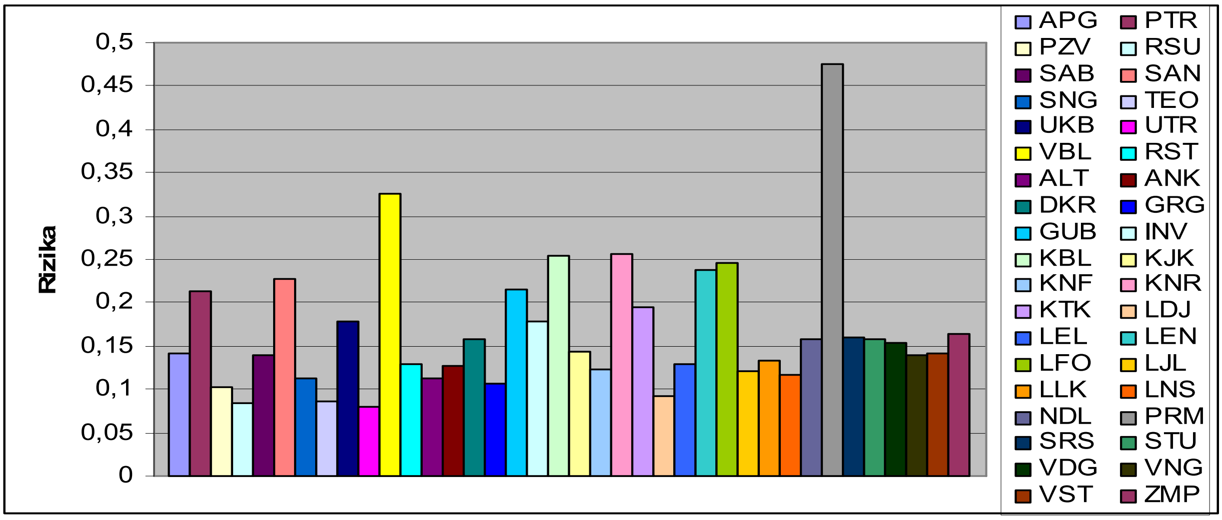
Šioje darbo dalyje pristatomi kai kurių pagrindinių portfelio teorijų praktinio pritaikymo Lietuvoje tyrimo rezultatai. Remiantis skirtingų portfelio teorijų modeliais buvo siekiama sudaryti optimalų finansinių priemonių portfelį. Optimalių finansinių priemonių portfelių modeliams sudaryti pasirinktos 38 akcijos, kuriomis prekiaujama OMX Vilnius vertybinių popierių biržoje.[6] Kadangi grafikuose pateiktos tik akcijų santrumpos, pilni pavadinimai yra 2 priede. Iš 41 Vilniaus vertybinių popierių biržoje listinguojamų įmonių akcijų, buvo pasirinktos visos oficialiame ir papildomame biržos sąraše esančių įmonių akcijos, išskyrus „City service“, „Vilkyškių pieninė“ ir banko „Snoras“ antros emisijos akcijas. Šių įmonių akcijos į biržos apyvartą buvo išleistos nuo 2006 m. antro ketvirčio ir dėl trumpos šių akcijų kainų istorijos jos nebuvo analizuotos. Istoriniai akcijų kainų pokyčių duomenys analizei paimti už 2000 – 2006 metų laikotarpį. Tyrime naudoti vertybinių popierių statistiniai duomenys paimti iš OMX Vilnius biržos Interneto svetainės. Skaičiavimai ir portfelio teorijų modelių sudarymas atliktas Microsoft Excel ir STATISTICA programomis. Pasirinktas skaičiuoti mėnesinis akcijų pelningumas, pagal kiekvieno mėnesio pirmos biržos darbo dienos akcijų uždarymo kainą. Išmokėti dividendai į akcijų pelningumą neįtraukti. Vertybinių popierių pelningumas apskaičiuotas pagal šią formulę[13]:

$$r = \frac{X_1 - X_0}{X_0}$$

kur X_1 – akcijos kaina mėnesio pabaigoje; X_0 – akcijos kaina mėnesio pradžioje.

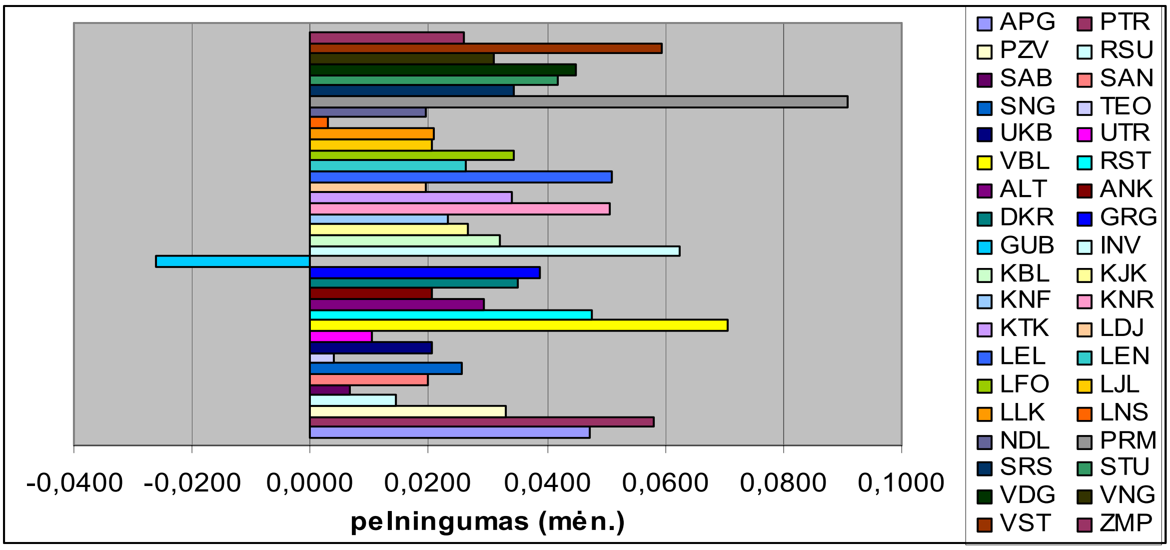
Apskaičiuoti akcijų pelningumai, kaip pagrindiniai duomenys naudoti tolimesniems skaičiavimams ir optimalių portfelių sudarymui. Visų tyrime nagrinėtų portfelio modelių sudarymui reikalingas kiekvienos akcijos pelningumo vidurkis, dispersija ir jos šaknis – standartinis nuokrypis. Šie rodikliai suskaičiuoti visoms analizuojamoms akcijoms ir pateikti 3 priede. Kadangi pagal klasikinę portfelio teoriją standartiniu nuokrypiu matuojama rizika, tai žinodami šį dydį galime pateikti akcijų rizikos reitingus (žr. 11 pav.).

Iš pateikto grafiko matyti, kad mažiausia rizika 2000 – 2006 m. laikotarpiu pasižymėjo „Utenos trikotažas“, „TEO“ ir „Rokiškio sūris“ akcijos. Rizikingiausios šį laikotarpį buvo „Pramprojektas“ ir „Vilniaus baldai“ akcijos, kurių rizikos rodiklis labai didelis lyginant su kitomis OMX Vilnius biržoje prekiaujamomis akcijomis. 12 paveiksle pavaizduoti akcijų mėnesiniai pelningumai parodo, kad didžiausias mėnesinis vidutinis pelningumas buvo „Pramprojektas“, „Vilniaus baldai“ ir „Invalda“ akcijų, o mažiausias – net neigiamas – „Gubernija“ akcijų. Palyginus šiuos du grafikus galime pastebėti, kad dvi rizikingiausios akcijos turi didžiausius pelningumus, o mažai rizikingų akcijų pelningumas mažesnis. Pastebimas teigiamai koreliuotas pelningumo ir rizikos ryšys. Taip pat iš šių grafikų galima pastebėti moderniosios portfelio teorijos trūkumą susijusį su rizikos matavimu. Kaip rodo rezultatai, įmonės „Gubernija“ akcijų pelningumas analizuojamu laikotarpiu yra neigiamas, tuo tarpu rizikingumą matuojantis šios akcijos kvadratinis nuokrypis yra šiek tiek didesnis už vidutinį visų akcijų pelningumo nuokrypį ir tai rodo, kad rizika, matuojama kvadratiniu nuokrypiu, įvertinama nepakankamai tiksliai.



11 pav. **Akcijų rizikos reitingai**

Portfelio sudarymo esmė yra rasti kuo mažiau tarpusavyje susijusius vertybinius popierius ir sudaryti jų rinkinį išlaikant pelningumą ir sumažinant riziką. Tarpusavio ryšį, kaip minėta teorinėje dalyje, parodo koreliacija ir kovariacija, tad norint sudaryti portfelį pagal Markowitz modelį, buvo apskaičiuoti šie dydžiai visoms analizuotų vertybinių popierių poroms. Koreliacija tarp akcijų pateikta 4 priede.



12 pav. **Mėnesinis akcijų pelningumas**

Ryšys tarp įvairių akcijų yra labai skirtingas: nuo stipriai neigiamai koreliuotų akcijų („Kauno energija“ ir „Gubernija“) iki stiprią teigiamą koreliaciją turinčių akcijų („Klaipėdos jūrų krovinių kompanija“ ir „Pramprojektas“). Portfelį sudarant iš neigiamą arba silpną teigiamą koreliaciją turinčių akcijų, galima tikėtis sumažinti bendrą portfelio riziką, išlaikant tam tikrą pelningumo lygį.

Sudarant portfelį pagal Markowitz modelį, laikomasi prielaidos, kad akcijų pelningumai pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį ir priimami apribojimai, kad visų akcijų suma portfelyje lygi vienetui, o kiekvienos akcijos dalis portfelyje gali kisti nuo 0 iki 1. Optimalaus portfelio paieškos uždavinys su išsikeltais apribojimais gali būti dvejopas – minimizuojant riziką arba maksimizuojant pelningumą. Abu optimalaus portfelio radimo uždaviniai matematiškai pavaizduojami taip:

a)minimizuojant riziką:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} X_i X_j COV_{ij}} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^{N} X_i \overline{R_i} = \overline{R_p}$$

b) maksimizuojant pelningumą:

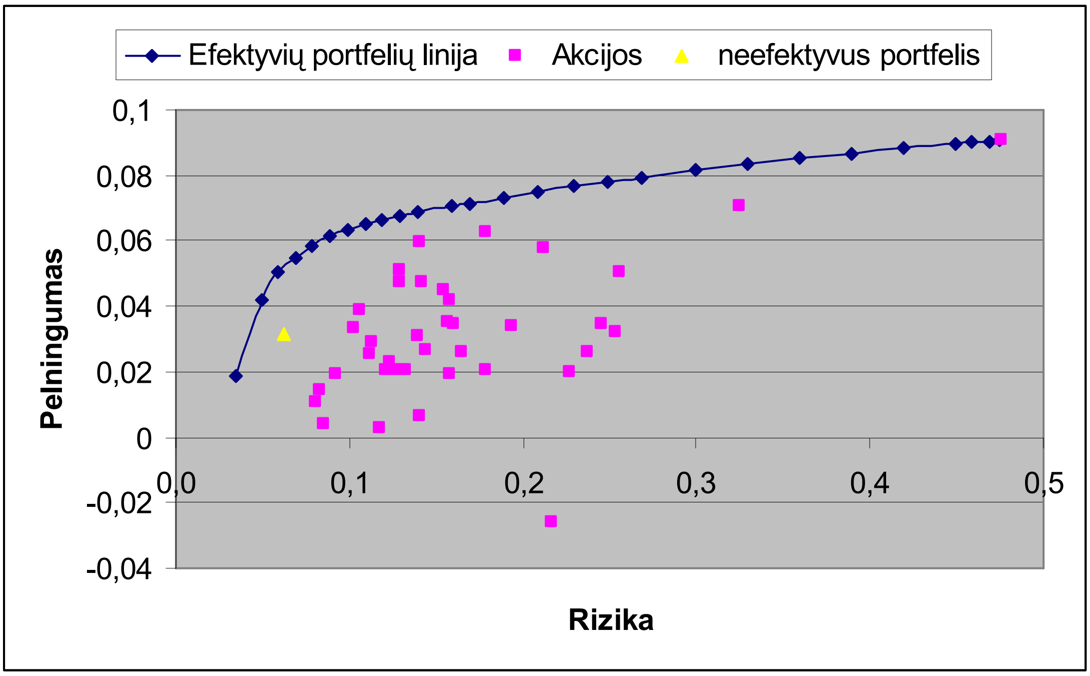
$$\sum_{i=1}^{N} X_i R_i = R_p \rightarrow \max$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} X_i X_j COV_{ij}} = Const.$$

$$\sum_{i=1}^{N} X_i = 1$$

$$X_i \geq 0, i = 1,2,...,n$$

Pradinėje tyrimo stadijoje buvo sudarytas akcijų portfelis, kuriame visų oficialiame sąraše esančių akcijų išskyrus „Utenos trikotažas“ ir „Vilniaus baldai“ akcijas svoris buvo 0,03, o visų likusių, įskaitant ir dvi minėtas oficialaus sąrašo akcijas, svoris buvo 0,025. Bendras tokio portfelio pelningumas yra 0,031 ir rizika – 0,062. Toks portfelis nėra optimalus investicijų paskirstymas, todėl Microsoft Excel programa buvo atliktas portfelio optimizavimas ir gauta Markowitz teorijoje vadinamoji efektyvioji linija, kuri pavaizduota 13 paveiksle. Kiekvienas šioje linijoje esantis portfelis yra optimalus. Žemiau už šios linijos esantys portfeliai yra neoptimalūs. Palyginimui 13 paveiksle pateiktas pradiniu tyrimo momentu sudarytas portfelis ir atskirų įmonių akcijos, kuriame aiškiai matosi kad ir pradinis portfelis ir atskiros akcijos yra žemiau efektyviosios linijos ir tokia padėtis koordinačių sistemoje rodo, kad investicijos į pradinį portfelį bei į atskiras akcijas yra neoptimalios Markowitz teorijos požiūriu.



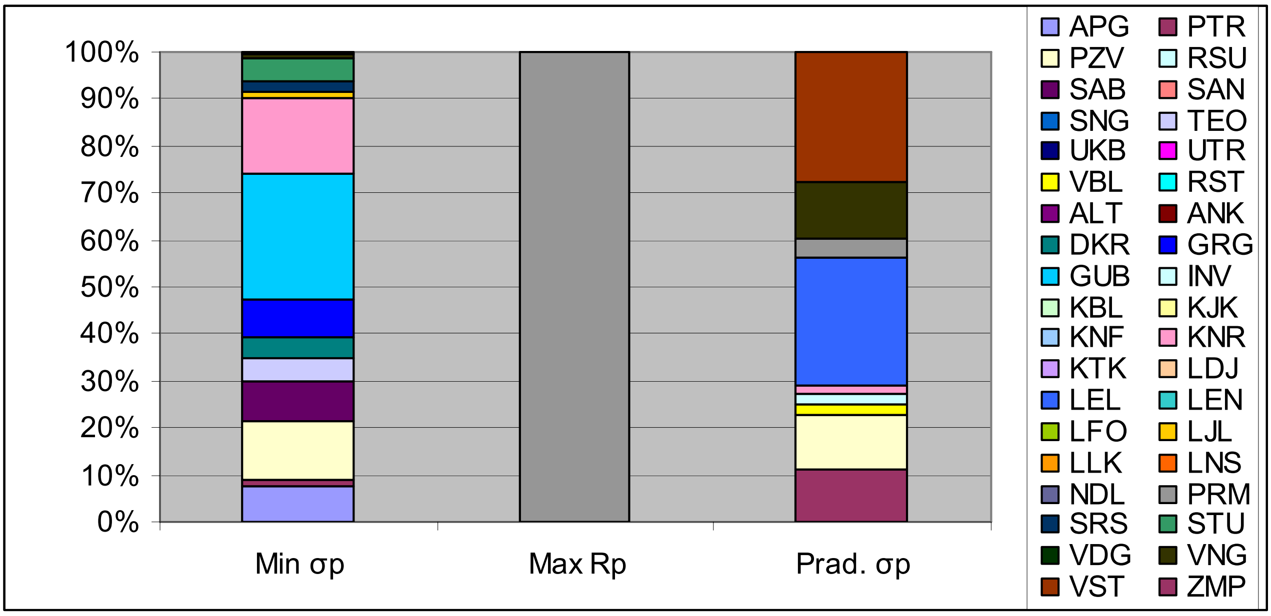
13 pav. **Efektyvioji linija, atskirų įmonių akcijos ir neefektyvus portfelis**

Tyrime analizuoti trys optimalių portfelių struktūros variantai: du kraštinių reikšmių portfeliai, t.y. minimalios rizikos ir maksimalaus pelningumo bei pradinis portfelis po optimizavimo ieškant maksimalaus pelno apibrėžtam rizikos lygiui. Pastarasis pradinis optimizuotas portfelis tyrime dar kitaip vadinamas ir nustatytos rizikos portfeliu, nes jis optimizuotas nustačius fiksuotą riziką (σ = 0,062). Šiuos tris optimalius portfelius sudarančios akcijos parodytos 14 paveiksle, o pelningumai ir standartiniai nuokrypiai parodyti 3 lentelėje.

3 lentelė. **Trijų optimalių portfelių pelningumo ir rizikos rodikliai**

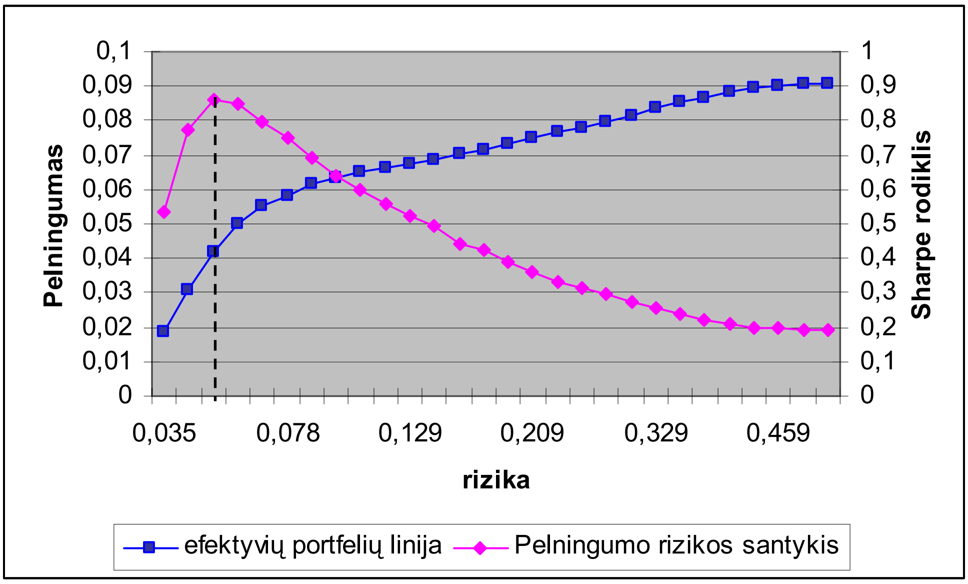
	Portfeliai		
	Min σ_p	**Max R_p**	**Prad. σ_p**
R_p	0,019	0,091	0,052
σ_p	0,035	0,475	0,062

Iš pateiktų rezultatų matyti, kad minimalios rizikos portfelį sudaro daugiausiai skirtingų akcijų, tačiau jo negalima pavadinti rinkos portfeliu, nes jį sudaro 16 iš analizuotų 38 akcijų. Kuo didesnio pelningumo siekiama, tuo mažiau diversifikuojamas portfelis. Tokiu būdu pasiekiama didesnė grąža, tačiau rizika irgi padidėja. Didžiausio galimo pelningumo portfelis sudarytas tik iš vienos įmonės akcijų. Pagal Markowitz teorijos teiginius jis laikomas optimaliu, tačiau, mūsų nuomone, racionaliam investuotojui toks portfelis nėra visai optimalus, nes prisiimama labai daug rizikos lyginant su pelnu. Kita vertus nėra kito optimalesnio būdo pasiekti maksimalaus pelningumo, nebent tik investuojant į nurodytas vienos įmonės akcijas ir Markowitz modelis parodo tą optimalų variantą. Šiuo atveju galima prisiminti, kad Markowitz portfelio teorija nenurodo vienintelio optimalaus portfelio. Tą iliustruoja ir 13 paveikslas. Kiekvienas investuotojas sau optimalų portfelį renkasi pagal jam priimtiną rizikos ir pelno lygį.



14 pav. **Markowitz modeliu sudarytų optimalių portfelių sudėtis**

Taigi matant tokį atvejį, manytume, reikia galvoti ne tik apie portfelio optimalumą, kuris maksimalaus pelningumo portfelio atveju atrodo diskutuotinas, bet ir apie investuotojo tikslų optimalumą ir racionalumą, kadangi optimalų portfelį investuotojas renkasi savo sprendimu iš visos efektyvių portfelių aibės. Tuomet svarbią reikšmę įgyja investuotojų psichologija ir konkrečios aplinkybės, kurių įtakojamas investuotojas pasirenka investavimo tikslą ir remdamasis juo sprendžia, kokį portfelį pasirinkti. Todėl maksimalaus pelningumo portfelio pasirinkimas negali būti atmestas kaip neoptimalus Markowitz teorijos atžvilgiu. Visgi manytume, kad racionalus investuotojas optimalų portfelį turėtų rinktis ne tik pagal du Markowitz teorijos optimalumo kriterijus: riziką arba pelningumą, bet atsižvelgti ir į trečią kriterijų – santykį tarp rizikos ir pelno, kuris išreiškiamas Sharpe rodikliu. Pasirenkant optimalų portfelį tokiu būdu, efektyvių portfelių linija sumažėtų ir optimaliausias portfelis būtų ten, kur gaunamas didžiausias pelningumo ir rizikos santykis, (žr. 15 pav. punktyrinė linija) nes kitų efektyvioje aibėje esančių portfelių Sharpe rodiklis yra mažesnis, o tai reiškia, kad už vieną rizikos vienetą jie gauna mažesnį pelningumą nei portfelis parodytas punktyrine linija. Tačiau tada labai sumažėja optimalių portfelių pasirinkimo galimybės. Taigi renkantis optimalų portfelį pagal skirtingus kriterijus, gaunamos skirtingos optimalių portfelių aibės. Pradinė Markowitz efektyvių portfelių linija sumažėja. Sharpe kriterijus nėra vienintelis ar geriausias papildomas kriterijus konkrečiam optimaliam portfeliui išsirinkti. Papildomų kriterijų pasirinkimas formuojant konkretų optimalų portfelį priklauso nuo kiekvieno investuotojo – ar jis rinksis remdamasis savo abejingumo kreive, kuri, mūsų nuomone, yra daugiau hipotetinė, nes jos apskaičiavimas labai keblus, ar kitais kriterijais, tiksliau įvertinamais, kaip pavyzdžiui jau minėtas Sharpe rodiklis. Galima tik pastebėti, kad papildomi portfelio optimalumo kriterijai yra visais atvejais, nes Markowitz modelis duoda aibę optimalių portfelių, iš kurių reikia išsirinkti kiekvienu atveju tinkamiausią portfelio variantą.



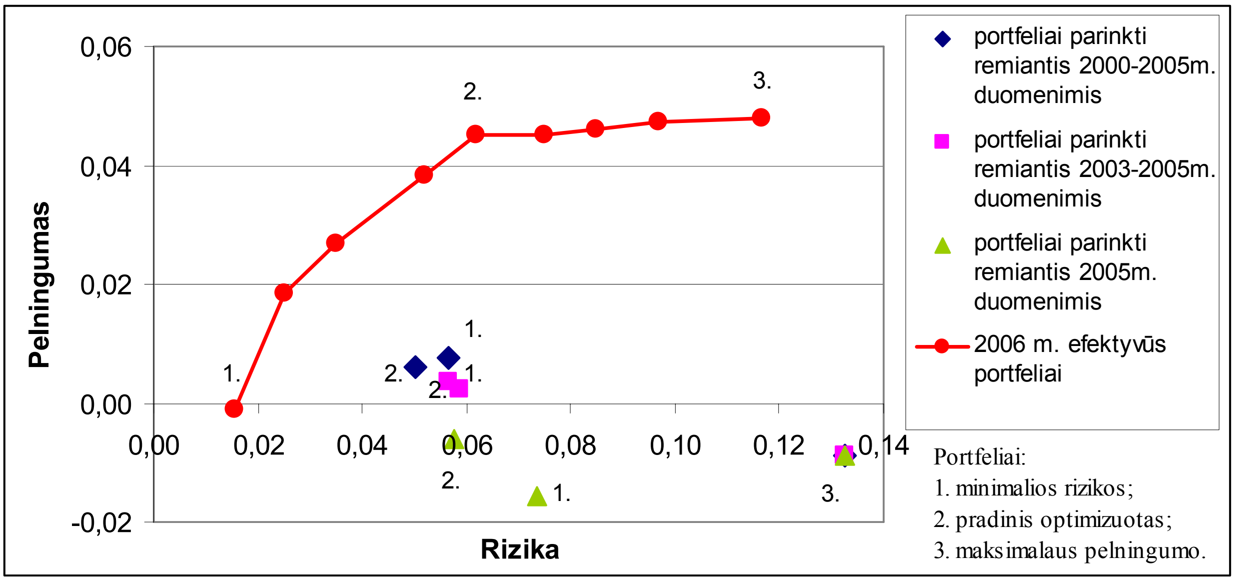
15 pav. **Optimalaus portfelio pasirinkimas atsižvelgiant į Sharpe rodiklį**

Toliau analizuodami portfelių optimizavimo rezultatus, norėtume atkreipti dėmesį į trečiąjį portfelį, t.y. tą, kuris buvo sudarytas tyrimo pradžioje ir optimizuotas pagal Markowitz modelį išlaikant pradinį rizikos lygį ir maksimizuojant pelningumą. Microsoft Excel programa atlikus optimizavimą, pelningumas padidėjo beveik 68%, prie tokio pačio rizikos lygio. Stebėta kaip keitėsi portfelio struktūra po optimizavimo. Gauti rezultatai rodo, kad optimalų portfelį sudaro 8 skirtingų įmonių akcijos. Pradinis tokios pačios rizikos portfelis buvo sudarytas iš visų analizuotų akcijų beveik vienodomis proporcijomis (detaliau žr. 35 p.). Tokie tyrimo rezultatai rodo, kad norint didesnio pelningumo portfelio diversifikaciją reikia mažinti. Nors diversifikacija buvo sumažinta, tačiau rizika išliko tokia pati dėl to, kad formuojant optimalų portfelį buvo atsižvelgta į vertybinių popierių tarpusavio ryšius ir didesnėmis proporcijomis portfelyje parinkti mažai su kitomis akcijomis koreliuoti vertybiniai popieriai.

Kita tiriamų duomenų analizė atlikta siekiant išsiaiškinti, kaip tiksliai Markowitz modelis veikia prognozuojant optimalaus portfelio sudėtį. Analizuoti tie patys trys portfeliai –

minimalios rizikos, maksimalaus pelningumo ir optimizuotas pradinis portfelis. Tuo tikslu pradžioje analizuoti ne visi turimi duomenys, o tik 2000 – 2005 m. laikotarpio pelningumų duomenys ir gauti rezultatai naudojami 2006 m. sudarant optimalų portfelį, t.y. naudojama optimizavimo metu parinkta portfelio struktūra. Norint išsiaiškinti, kokią įtaką optimalaus portfelio apskaičiavimui turi analizuojamų duomenų laikotarpio ilgio pasirinkimas, analizuoti nevienodų laikotarpių istoriniai duomenys. Pasirinkti trys skirtingo ilgio laikotarpiai. Ilgiausias analizuotas laikotarpis yra 6 metai (2000 – 2005 m.), vidutinės trukmės laikotarpis (2003 – 2005 m.) ir vienerių metų laikotarpio duomenys (2005 m.). Pagal kiekvieno laikotarpio duomenis gauti skirtingos sudėties optimalūs portfeliai. Detalizuota šių portfelių sudėtis yra 5 priede. Tada šie skirtingos sudėties portfeliai sudaryti pagal 2006 m. pelningumo duomenis, t.y. tais metais, kuriems buvo prognozuojama portfelių sudėtis pagal ankstesnių laikotarpių duomenis. Apskaičiuoti šių portfelių pelningumai bei standartiniai nuokrypiai. Norint palyginti portfelius surasti 2006 m. optimalūs portfeliai ir gauta efektyvių portfelių linija. Visi šie portfeliai parodyti 16 paveiksle. Numeriais pažymėti analizuoti trys skirtingų portfelių tipai: 1. minimalios rizikos; 2. pradinis optimizuotas; 3. maksimalaus pelningumo. Paveiksle matyti, kad visi portfeliai, sudaryti remiantis skirtingų laikotarpių duomenimis, 2006 m. buvo neefektyvūs, išsidėstę daug žemiau už 2006 m. buvusią portfelių efektyviąją aibę. Rezultatai rodo, kad Markowitz metodu parinkti optimalūs portfeliai pagal praėjusių laikotarpių duomenis nebūtinai bus efektyvūs ateinančiais laikotarpiais. Ši problema yra ne tiek dėl blogo Markowitz optimalaus portfelio parinkimo modelio, bet dėl to, kad naudojami praeities duomenys, iš kurių retais atvejais būsimi kainų svyravimai gali būti tiksliai prognozuojami. Siekiant tikslesnio optimalaus portfelio parinkimo, reikia ne tik tobulinti optimizavimo metodus, bet ir ieškoti tikslesnių prognozavimo būdų.

Analizuojant skirtingų laikotarpių dydžių įtaką prognozuojamo portfelio tikslumui, galima pastebėti, kad šiek tiek geresnėje pozicijoje už likusius pagal pelningumą ir riziką yra portfeliai, kurie buvo pasirinkti analizuojant ilgiausio laikotarpio duomenis. Šiek tiek blogesnėje pozicijoje atsidūrė portfeliai, pasirinkti analizuojant trijų metų laikotarpio statistinius duomenis. Prasčiausi yra portfeliai, kurie parinkti metų tik su vienerių metų duomenimis. Taigi rezultatai rodo, kad tam tikrą įtaką tikslumui turi, kokio laikotarpio pelningumo duomenys analizuojami optimizuojant portfelį. Vienerių metų laikotarpio duomenų naudojimas optimizuojant portfelį, manytume, yra per trumpas, nes optimizavimo rezultatai labai prasti. Kaip matyti iš grafiko, visų trijų portfelių trumpiausio laikotarpio portfelių pelningumas neigiamas. Tuo tarpu, analizuojant 6 metų ir 3 metų trukmės laikotarpių duomenis, didelio optimizavimo rezultatų skirtumo nepastebėta, tad galima teigti, kad 3 – 6 metų laikotarpio statistiniai duomenys yra pakankami norint optimizuoti portfelį.

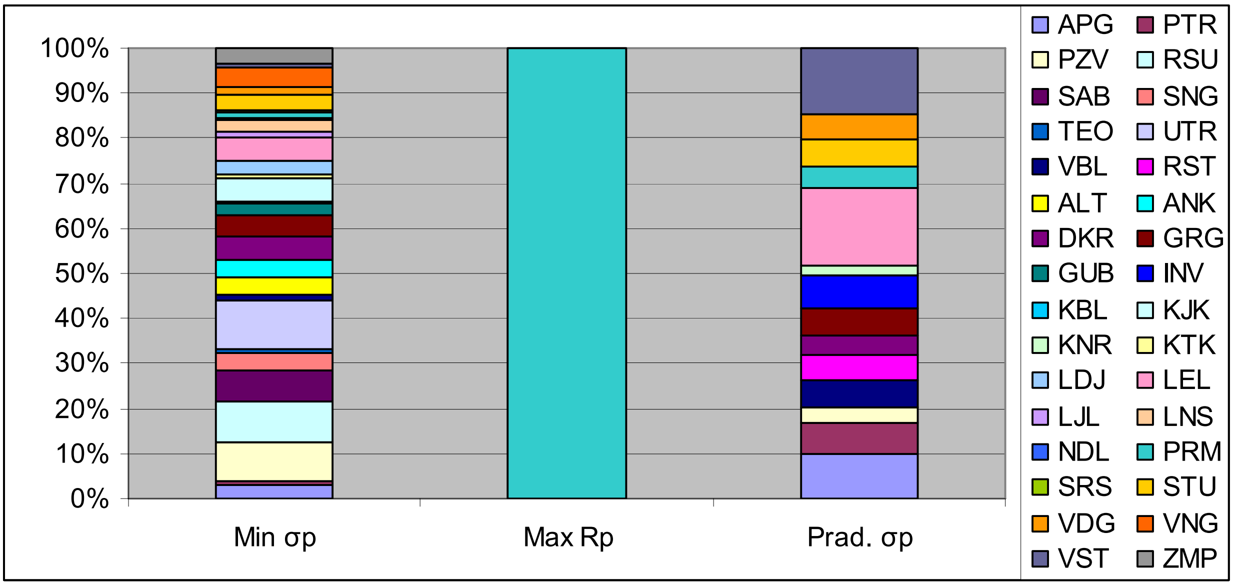


16 pav. **Optimalūs ir prognozuoti portfeliai 2006 m.**

Kaip minėta, buvo analizuoti trys portfeliai. Labiausiai nuo visų skiriasi maksimalaus galimo pelningumo portfelio optimizavimo rezultatai (žr. 16 pav.). Pasirinkdamas tokį portfelį investuotojas prisiima didelę riziką. Tai matyti ir iš šio tyrimo rezultatų. Optimalūs maksimalaus pelningumo portfeliai buvo sudaryti iš įmonės „Pramprojektas" akcijų, nežiūrint kokio trukmės laikotarpio duomenys buvo analizuoti. Visi šie portfeliai 2006 m. buvo nuostolingi. Tokie rezultatai patvirtina, kad, renkantis portfelį su dideliu galimu pelningumu, stipriai rizikuojama investicijomis. Ne tokie agresyvūs portfeliai buvo neefektyvūs, tačiau tie portfeliai, kurie parinkti remiantis ilgesnio periodo duomenimis, buvo pelningi. Pelningumą leido išlaikyti plati šių portfelių struktūros diversifikacija. Nors diversifikacija buvo neefektyvi, tačiau ji leido išvengti nuostolių ir tai įrodo, kad portfelio sudarymas, diversifikuojant investicijas, yra svarbi rizikos mažinimo priemonė.

3.2. Rinkos modelio tyrimas

Šis modelis buvo sukurtas siekiant sumažinti skaičiavimų apimtis, reikalingas sudaryti optimaliam portfeliui. Optimizuojant portfelį Markowitz modeliu, reikėjo apskaičiuoti 703 kovariacijas, 38 vidurkius ir tiek pat dispersijų. Iš viso buvo atlikti 779 skaičiavimai. Tuo tarpu sudarant rinkos modelį, reikia apskaičiuoti 3n + 2 parametrus[47], tai yra reikia atlikti 116 skaičiavimų. Aiškiai matyti, kad norint optimizuoti portfelį pasitelkus rinkos modelį, skaičiuoti reikia beveik 7 kartus mažiau nei Markowitz modelyje. Norėta patikrinti, kaip, rinkos modeliu sumažinus skaičiavimų apimtį bei portfelio rizikos ir pelningumo apskaičiavimui naudojant kitokius metodus, gauto optimalaus portfelio parametrai skirsis nuo Markowitz modeliu optimizuoto portfelio parametrų. Tuo tikslu analizuotos tos pačios OMX Vilniaus biržoje listinguojamos akcijos, kurios buvo analizuotos ir Markowitz modelyje. Rinkos modelis skiriasi ne tik tuo, kad juo naudojantis sumažėja skaičiavimų, bet ir pačia skaičiavimo metodika bei apskaičiavimams naudojamais duomenimis. Šiuo atveju skaičiuojamos ne kovariacijos tarp kiekvienos akcijos, o kiekvienos akcijos kovariacija su bendru rinką atspindinčiu indeksu. Dėl to modelio apskaičiavimams reikalingas bendras akcijų rinkos indeksas. Buvo pasirinktas OMXV rinkos indeksas, kuris fiksuoja visų Vilniaus biržoje listinguojamų akcijų kainų pokyčius. Šis indeksas pasirinktas todėl, nes manyta, kad jis geriausiai atspindi Lietuvos akcijų rinką. Optimizuojant portfelį pagal rinkos modelį reikia žinoti kiekvienos akcijos α ir β koeficientus. Jie surasti kiekvienai akcijai sudarant regresijos lygtį, kur konkreti akcija yra priklausomas kintamasis, o nepriklausomas kintamasis – rinkos indeksas. Beta koeficientas yra reikalingas ne tik rinkos modelio apskaičiavimui, bet teikia ir papildomą naudingą informaciją, t.y. kaip jautriai akcija reaguoja į rinkos svyravimus – ar akcijos kurso svyravimai didesni, ar panašūs, ar mažesni nei rinkos indekso svyravimai. Visų analizuotų akcijų alfa ir beta koeficientai pateikti 6 priede. Sudarant portfelį rinkos modeliu laikomasi tų pačių prielaidų ir apribojimų kaip ir Markowitz modelyje, t.y. tariama, kad akcijų pelningumai pasiskirstę simetriškai, bendra akcijų vertė portfelyje lygi vienetui, o kiekvienos akcijos dalis portfelyje gali kisti nuo nulio iki vieno. Kad rezultatus būti galima lyginti, buvo sudaryti tokie patys trys portfeliai kaip ir tiriant Markowitz modelį: minimalios rizikos, maksimalaus pelningumo ir optimizuotas pradinių svorių portfelis, su nustatytu rizikos lygmeniu (σ = 0,062). Optimizuotų portfelių sudėtis pavaizduota 17 paveiksle. Rinkos modeliu gauti rezultatai palyginti su Markowitz modeliu gautų optimalių portfelių rezultatais.



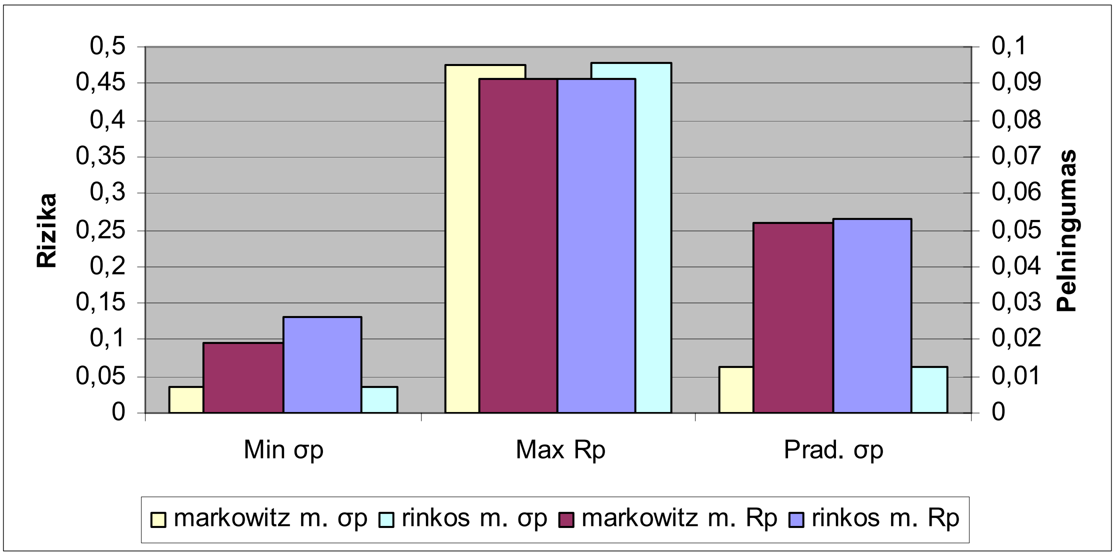
17 pav. **Optimalūs portfeliai, suformuoti rinkos modeliu**

Palyginus dviejų modelių siūlomą optimalių portfelių sudėtį (žr. 14 ir 17 pav.), matome, kad abiejuose modeliuose sutampa tik maksimalaus pelningumo optimalaus portfelio sudėtis. Tuo tarpu kitų portfelių sudėtis skiriasi. Lyginant, kokios akcijos įtrauktos į rinkos ir Markowitz modeliais sudarytus minimalios rizikos ir nustatytos rizikos portfelius, pastebėta, kad į šių, rinkos modeliu sudarytų, portfelių struktūrą įeina visos tos pačios Markowitz modeliu sudarytos akcijos ir įtraukta naujų akcijų, kurių nėra Markowitz modelio portfeliuose. Iš atliktos analizės galima pastebėti, kad rinkos modeliu optimizuojami portfeliai daug labiau diversifikuojami. Minimalios rizikos portfelį rinkos modelyje sudaro net 30 skirtingų akcijų, kai iš viso analizuojamos 38 akcijos, o nustatytos rizikos portfelį sudaro 14 skirtingų akcijų. Markowitz modeliu optimizuotus atitinkamus portfelius sudaro 16 ir 10 skirtingų įmonių akcijos. Tai yra daug mažiau nei rinkos modeliu sudarytuose portfeliuose.

Optimalių portfelių rizikos ir pelningumo rodikliai parodyti 4 lentelėje. Lyginant juos su Markowitz modeliu sudarytų optimalių portfelių rodikliais (žr. 18 pav.) matyti, kad kai kurių portfelių rodikliai skiriasi, tačiau skirtumai iš esmės nėra labai dideli. Rodiklių skirtumai tarp abiejų modelių atsiranda dėl to, kad bendra portfelio rizika ir pelningumas šiuose modeliuose skaičiuojami skirtingai. Taigi galime teigti, kad modelio pasirinkimas optimalių portfelių rizikos ir pelningumo parametrų tikslumui neturi didelės įtakos.

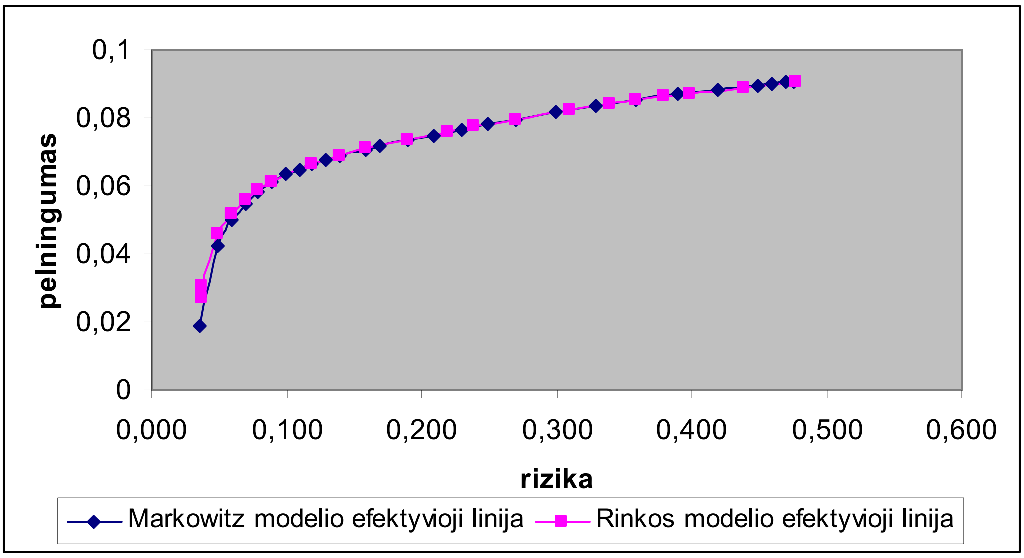
4 lentelė. **Rinkos modeliu sudarytų optimalių portfelių pelningumo ir rizikos rodikliai**

Portfeliai	R_p	σ_p
Min σ_p	0,026	0,036
Max R_p	0,091	0,478
Prad. σ_p	0,053	0,062



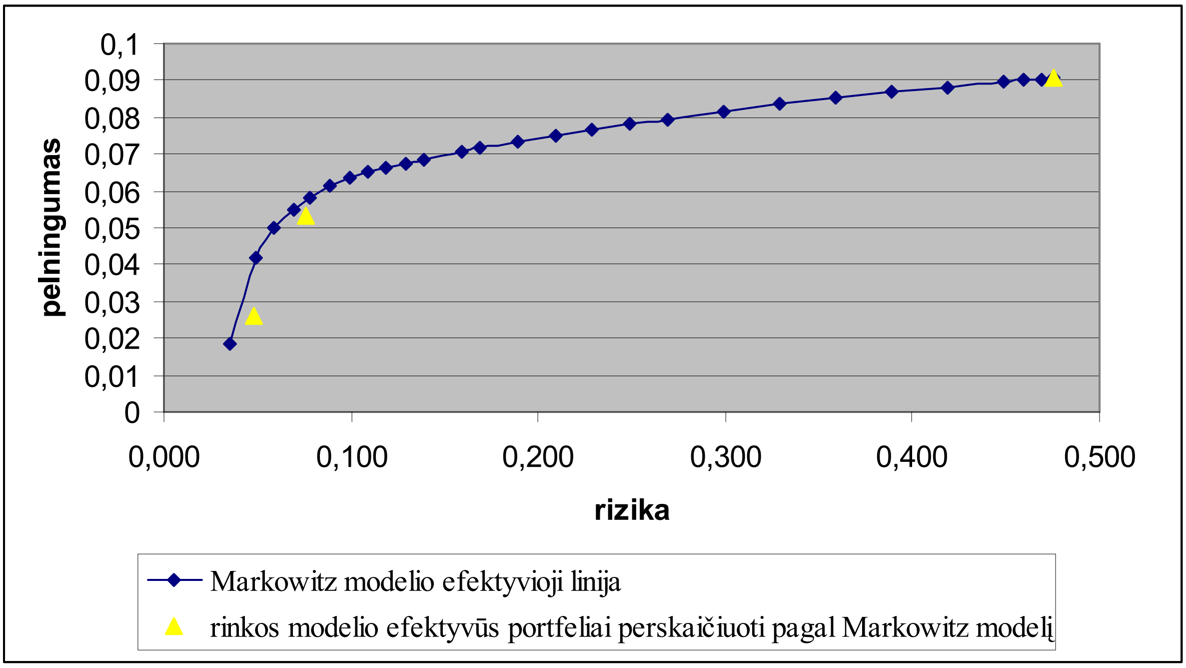
18 pav. **Optimalių portfelių rodiklių sudarytų Markowitz ir rinkos modeliais palyginimas**

Norint labiau išanalizuoti, kiek panašūs optimalių portfelių pelningumo rodikliai šiuose modeliuose, buvo sudaryta rinkos modelio optimalių portfelių aibė ir palyginta, kur koordinačių sistemoje ji yra išsidėsčiusi lyginant su Markowitz modelio efektyvių portfelių aibe (žr. 13 pav.). Lyginant šių dviejų modelių efektyvių linijų aibes, jos buvo perkeltos į vieną koordinačių sistemą (žr. 19 pav.). Matyti, jog abiem modeliais sudarytos efektyvių portfelių linijos užima beveik tą pačią koordinačių sistemos vietą. Tai rodo, kad tiek vienas, tiek ir kitas modelis galimus optimalius portfelius, pagal rizikos ir pelningumo rodiklius indikuoja labai panašiai. Apibendrintai kalbant apie šį rezultatą, galima teigti, kad abu modeliai panašiai nustato rinkos galimybes, tai yra kiek įmanoma uždirbti esant tam tikram rizikos lygiui. Taigi rinkos galimybių nustatymo prasme šie du portfelių sudarymo modeliai yra lygiaverčiai.



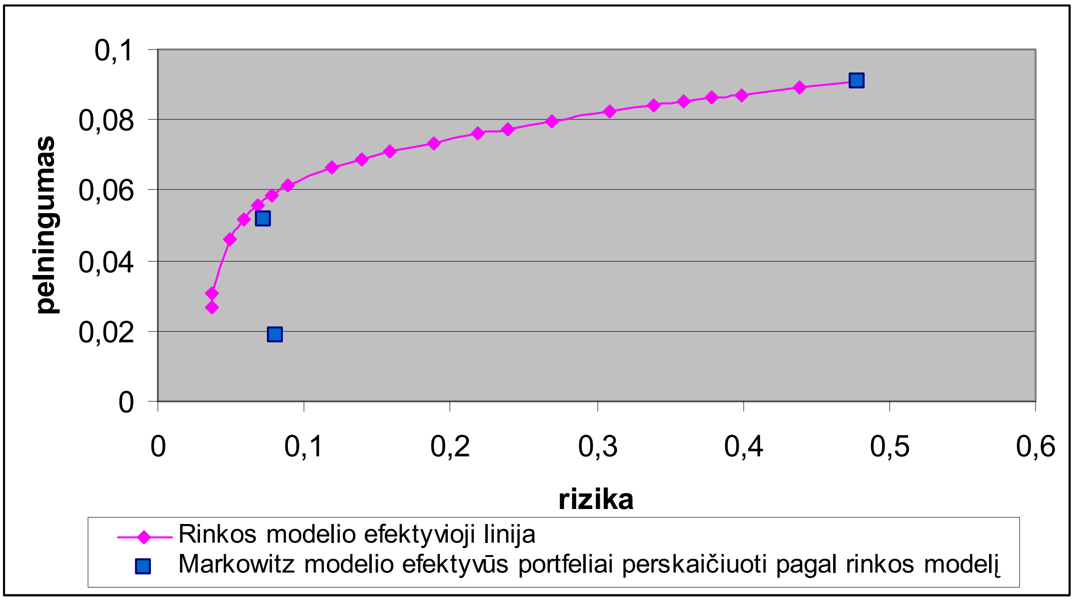
19 pav. **Rinkos ir Markowitz modeliais sudarytų optimalių portfelių aibių palyginimas**

Tačiau atkreiptas dėmesys į tai, kad skirtingais metodais sudarytų optimalių portfelių rodikliai yra panašūs, o struktūrų skirtumas gana pastebimas. Atrodytų, kad panašių savybių portfelių struktūros irgi turėtų būti panašios. Be to, jeigu turime optimalų portfelį su tam tikrais nustatytais rizikos ir pelningumo rodikliais, tai portfelio struktūra turėtų būti vienintelė tiems nustatytiems rodikliams. Pakeitus portfelio struktūrą keičiasi jo rodikliai. Kadangi skirtingais modeliais optimizuotų portfelių rodikliai skiriasi nedaug, tai ir struktūrų skirtumai turėtų būti nedideli. Taip galvojant galima daryti prielaidą, jog vieno iš modelių pasiūlyta struktūra negali būti optimali. Siekiant tai išsiaiškinti tyrimai pratęsti plačiau analizuojant abiejų modelių pasiūlytas optimalių portfelių struktūras. Analizuoti du portfeliai: minimalios rizikos ir pradinis nustatytos rizikos portfelis. Maksimalaus pelningumo portfelio analizuoti nebuvo prasmės, nes jo struktūra ta pati abiejų modelių portfeliuose, o pelningumo ir rizikos rodikliai labai mažai skiriasi. Likusių dviejų portfelių struktūros optimalumui patikrinti nuspręsta optimalius portfelius sukeisti vietomis. Portfelių, kurie buvo apskaičiuoti pagal Markowitz modelį, struktūra buvo perkelta į rinkos modelį, o rinkos modelio optimalių portfelių struktūra – į Markowitz modelį. Tada tikrinta, kokių rizikos ir pelningumo rodiklių portfeliai gauti. Rezultatai pavaizduoti 20 ir 21 paveiksluose.



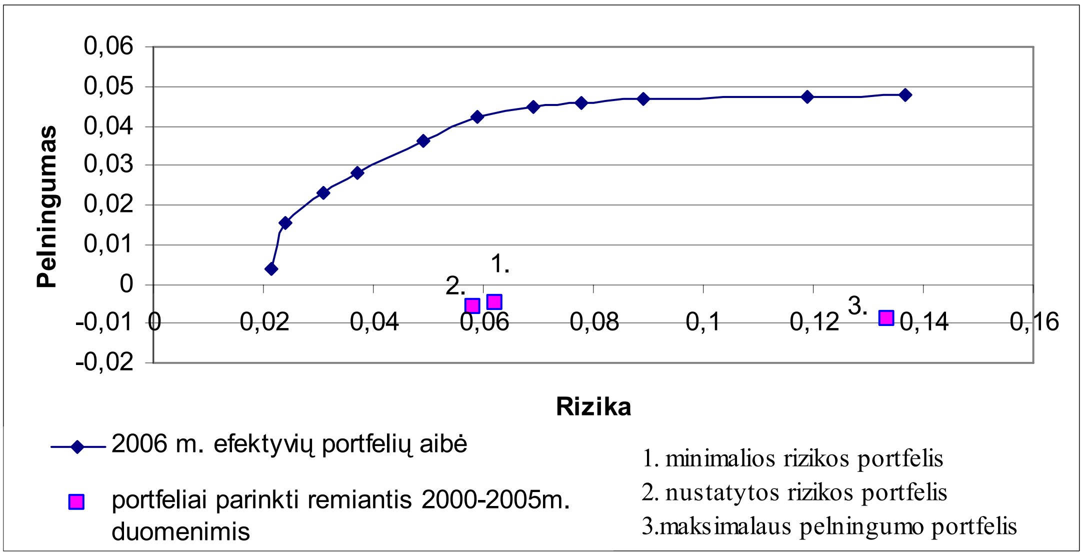
20 pav. **Rinkos modeliu apskaičiuotų optimalių portfelių padėtis Markowitz modelyje**

Matyti, kad ir vienu, ir kitu modeliu apskaičiuoti portfeliai nėra labai nutolę nuo efektyvių portfelių linijos juos perskaičiavus pagal kitą modelį. Tačiau paveiksluose nesunkiai pastebima, kad rinkos modeliu optimizuotų portfelių struktūros geriau tinka Markowitz modelyje nei Markowitz modeliu optimizuotų portfelių struktūros – rinkos modelyje. Tokie rezultatai suteikia argumentų teiginiui, kad naudojantis rinkos modeliu, portfeliai yra geriau optimizuojami, nes šiuo modeliu sudaryti optimalūs portfeliai, savaime aišku, yra optimalūs rinkos modelyje ir arčiau optimalių portfelių tiesės juos perkėlus į Markowitz modelį, kai tuo tarpu Markowitz modeliu optimizuoti portfeliai, perkėlus juos į rinkos modelį yra toliau nuo efektyvių portfelių linijos.



21 pav. **Markowitz modeliu apskaičiuotų optimalių portfelių padėtis rinkos modelyje**

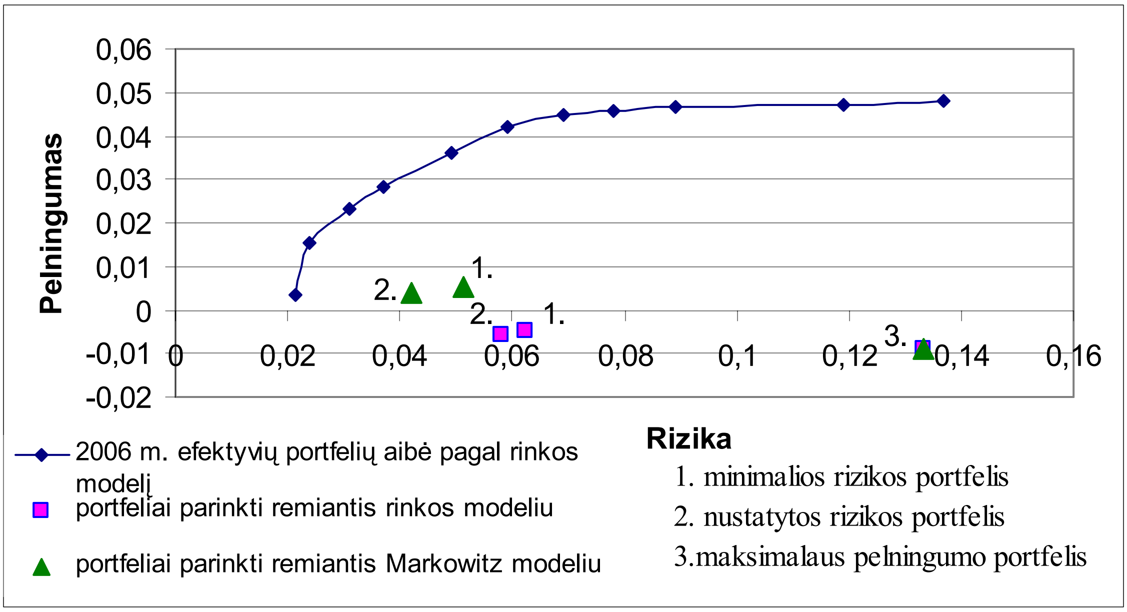
Įvairūs portfelių optimizavimo modeliai praktiškai labiausiai naudingi tiek, kiek jų pateiktais rezultatais galima naudotis galvojant, kokį portfelį sudaryti būsimam laikotarpiui. Kokie portfeliai buvo efektyvūs praėjusiais laikotarpiais praktikams nelabai įdomu, nebent jei iš to būtų galima gauti informacijos apie tai, kokį portfelį reikėtų sudaryti, kad ateityje jis būtų optimalus. Todėl kaip ir Markowitz modelio tyrime, paskutinė rinkos modelio analizė buvo skirta išsiaiškinti modelio tikslumui prognozuojant optimalius portfelius ateinantį laikotarpį. Tirti tie patys trys portfeliai. Prognozavimas atliktas pagal 2000 – 2005 m. duomenis, o prognozuota 2006 m. laikotarpiui. Atliekant tyrimą apskaičiuoti optimalūs portfeliai remiantis 6 metų duomenimis. Tada apskaičiuoti optimalūs portfeliai 2006 – aisiais metais pagal 2006 m. duomenis. 2000 – 2005 m. duomenimis apskaičiuotų optimalių portfelių struktūra palikta pagal 2006 m. situaciją ir žiūrėta, kiek šie portfeliai nutolę nuo 2006 m. buvusių optimalių portfelių linijos. Rezultatai pavaizduoti 22 paveiksle. Matyti, kad rinkos modeliu prognozuoti portfeliai buvo visiškai neefektyvūs 2006 m. Visų trijų portfelių struktūra neatitiko 2006 m. buvusių efektyvių portfelių struktūros. Visų analizuotų portfelių pelningumai buvo neigiami. Tik nustatytos rizikos portfelio realūs 2006 m. rizikos rodikliai buvo panašus į prognozuotą. Rinkos modelio prognozavimo galimybes remiantis šiais rezultatais vertintume prastai. Kadangi tirtos ir Markowitz modelio prognozavimo galimybės, buvo nuspręsta palyginti abiejų modelių prognozavimo tikslumą.



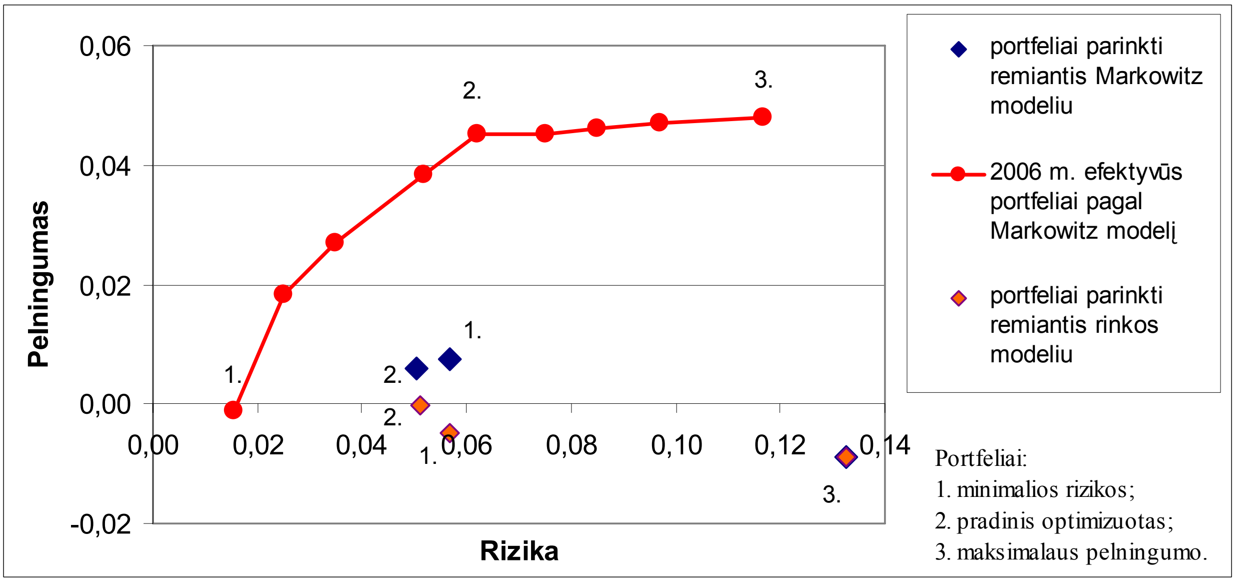
22 pav. **Pagal rinkos modelį optimalūs ir prognozuoti portfeliai 2006 m.**

Lyginant abiejų modelių prognozavimo skirtumus, tirti portfeliai, kurie sudaryti remiantis 2000 – 2005 m. duomenimis. Analizuojant abiem modeliais gautus rezultatus matyti, kad optimalių portfelių prognozavimas Markowitz modeliu (žr. 16 pav.) yra šiek tiek tikslesnis. Pastaruoju modeliu nustačius optimalius portfelius ir juos perkėlus į 2006 m., gauti minimalaus teigiamo pelningumo portfeliai.

Kitame šio tyrimo etape prognozuojamų portfelių struktūros sukeistos vietomis. Norėta patikrinti, ar optimalius portfelius, apskaičiuotus pagal Markowitz modelį, galima pritaikyti prognozuojant pagal rinkos modelį ir atvirkščiai. Be to norėta gauti papildomų rezultatų skirtingų modelių prognozavimo patikimumo įvertinimui. Tyrimo rezultatai (žr. 23 ir 24 pav.) parodė, kad Markowitz modeliu parinkti optimalūs portfeliai ir perkelti į rinkos modelį buvo šiek tiek tikslesni, arčiau efektyviosios 2006 m. portfelių aibės. Jų pelningumai ir rinkos modelyje išliko teigiami. Tuo tarpu rinkos modeliu parinkti optimalūs portfeliai kaip ir savo modelio atveju, taip ir perskaičiuoti pagal Markowitz modelį, buvo toli nuo efektyvių portfelių aibės ir žemiau nei Markowitz prognozuoti portfeliai. Rinkos modeliu paskaičiuoti portfeliai abiem atvejais turėjo neigiamus pelningumus. Tokie rezultatai leidžia spręsti, kad Markowitz modelis labiau tinkamas prognozuojant portfelio optimalumą būsimu laikotarpiu nei rinkos modelis, tačiau ir jis turi didelių trūkumų, nes prognozės labai netikslios. Rinkos modeliu prognozuojant optimalius portfelius rezultatai buvo dar prastesni, tad jo naudojimas, sudarant optimalius portfelius būsimam laikotarpiui, yra dar labiau abejotinas.



23 pav. **Prognozavimo tikslumo įvertinimas pagal rinkos modelį**



24 pav. **Prognozavimo tikslumo įvertinimas pagal Markowitz modelį**

Apibendrinant rinkos modelio analizę galima pasakyti, kad šio modelio teikiami portfelių optimizavimo rezultatai panašūs į Markowitz modeliu gaunamus rezultatus. Didelis šio modelio privalumas yra ženkliai mažesnis skaičiavimų kiekis, reikalingas norint sudaryti optimalų portfelį. Rinkos modelis taip pat gerai parodo galimus efektyvius portfelius, nes rinkos modelio efektyvių portfelių linija beveik sutampa su Markowitz modelio efektyvių portfelių riba. Optimalių portfelių struktūros apskaičiavimas naudojant rinkos modelį yra šiek tiek geresnis nei Markowitz modelyje. Tokie rinkos modelio tyrimo rezultatai, mūsų nuomone, stipriai priklauso pasirinkto indekso, nes jis yra svarbi rinkos modelio skaičiavimų metodų dalis. Kadangi pasirinktas indeksas atspindi visos Lietuvos akcijų rinkos svyravimus, tai ir šis modelis pateikė tikslesnius duomenis ir panašius į Markowtz modelio rezultatus. Tačiau Markowitz modeliui tyrimo rezultatai palankesni kai prognozuojama būsima optimalių portfelių struktūra. Rinkos modelis portfelių struktūros prognozėms pasirodė labai prastas.

3.3. Semivariacijos pagrindu sudaryto portfelio modelio tyrimas

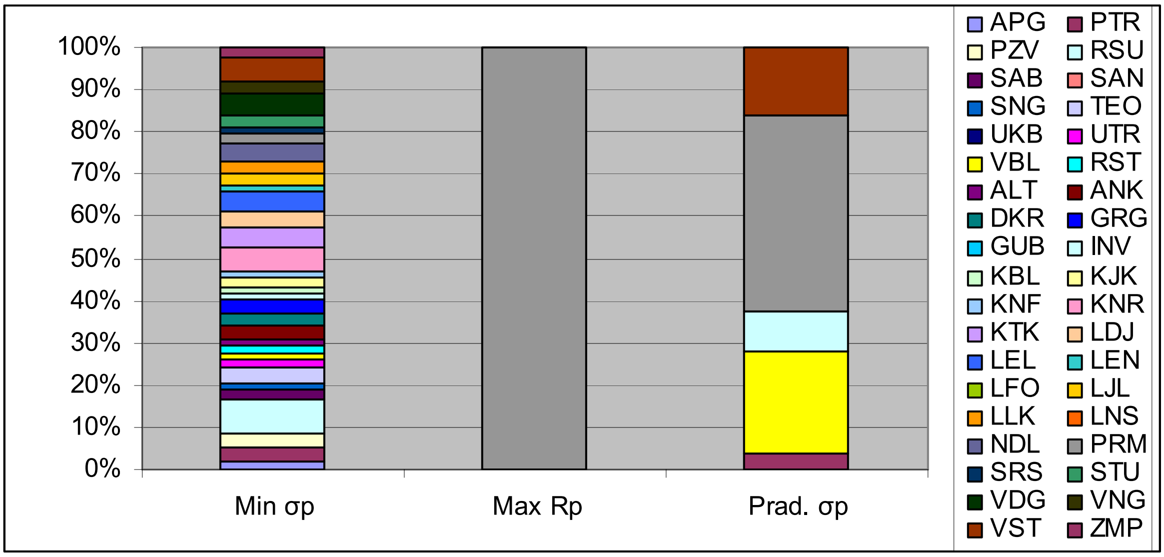
Ši teorija išplėtota moderniosios portfelio teorijos pagrindu ir pagrindinis jos skirtumas yra skirtingai matuojama finansinių priemonių rizika. Moderniojoje portfelio teorijoje riziką nusako variacija, o postmoderniojoje portfelio teorijoje šis matas pakeičiamas į semivariaciją. Vykdant šį tyrimo etapą norėta patikrinti, kaip portfelio optimizavimo rezultatus pakeičia skaičiavimai naudojant semivariaciją. Postmoderniosios portfelio teorijos modelio optimizavimo rezultatai palyginti su Markowitz modelio rezultatais, tačiau dėl skirtingai matuojamos rizikos, palyginimas yra sąlyginis.

Portfelio optimizavimui analizuoti pasirinktos tos pačios akcijos iš OMX Vilniaus biržos kaip ir ankstesniuose tyrimo etapuose. Konkrečios akcijos ir portfelio pelnas skaičiuotas taip pat kaip ir tiriant buvusius modelius, t. y. apskaičiuojamas vidutinis pelnas. Skaičiuojant semivariaciją, skaičiuojami tik neigiami nuokrypiai nuo vidurkio. Teigiami nuokrypiai virš vidurkio laikomi ne rizika, o neapibrėžtumu ir į semivariacijos skaičiavimą neįtraukti. Atliekant šį tyrimą, laikomasi prielaidos, kad akcijų pelningumai pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį ir priimami apribojimai, kad visų akcijų suma portfelyje lygi vienetui, o kiekvienos akcijos dalis portfelyje gali kisti nuo 0 iki 1. Tyrimo metu sudaryti tie patys trys portfeliai kaip ir ankstesnių modelių tyrimuose: minimalios rizikos, maksimalaus pelningumo ir nustatytos rizikos (σ = 0,062). Šių portfelių pelningumo ir rizikos dydžiai, gauti taikant semivariacija pagrįstą modelį parodyti 5 lentelėje.

5 lentelė. **Semivariacijos pagrindu sudarytų optimalių portfelių pelningumo ir rizikos rodikliai**

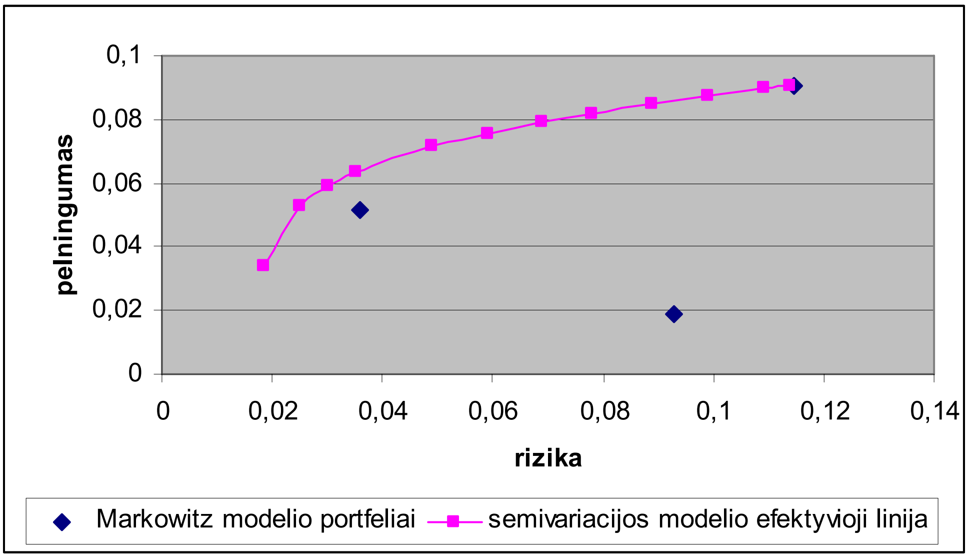
Portfeliai	**Rp**	**σp**
Min σ_p	0,034	0,018
Max R_p	0,091	0,115
Prad. σ_p	0,077	0,062

Duomenys rodo, kad didėjant rizikos lygiui auga portfelio pelningumas. Rodiklius lyginant su Markowitz modelio rezultatais (žr. 3 lentelę), galime pastebėti, kad maksimalų pelningumą abu modeliai indikuoja vienodai. Taip yra dėl to, kad portfelio pelno rodiklis apskaičiuojamas ta pačia metodika. Tačiau šių vienodo pelningumo portfelių rizika nesutampa, semivariacijos modelyje ji daug mažesnė nei Markowitz modelyje. Šį rizikos rodiklių skirtumą lemia skirtingi rizikos apskaičiavimo metodai. Minimalios rizikos portfelių rodikliai apskaičiuoti pagal Markowitz ir semivariacijos modelius irgi nesutampa. Šiuo atveju geresni rodikliai gaunami naudojant semivariacijos modelį, nes rizika mažesnė, o pelningumas didesnis nei Markowitz modelio atveju. Nustatytos rizikos portfelis abiem modeliais turi vienodą riziką. Prie vienodos rizikos semivariacijos modelyje gaunamas didesnis pelningumas. Šie skirtumai gali būti ne tik dėl skirtingo rizikos mato, bet ir dėl to, kad skaičiuojant skirtingais modeliais gauti optimalūs portfeliai skiriasi savo struktūra(žr. 14 ir 25 pav.). Minimalios rizikos ir nustatytos rizikos portfelių sudėtis skiriasi gana žymiai. Semivariacijos modelyje minimalios rizikos portfelis sudarytas iš visų analizuojamų akcijų, o Markowitz – 16 skirtingų įmonių akcijų. Taigi semivariacijos modelyje rizika sumažinama dar daugiau diversifikuojant portfelį nei Markowitz modelyje. Manytume, kad platesnė diversifikacija semivariacijos modelyje turi įtakos, kad rizikos rodiklis mažesnis nei Markowitz modelyje. Nustatytos rizikos portfelis semivariacijos modelyje sudarytas iš 5 akcijų, o Markowitz modelyje – iš 10 akcijų. Portfeliai skiriasi ne tik akcijų skaičiumi, bet ir tuo, kokios akcijos įtrauktos į portfelį. Semivariacijos modelyje daugiau nei 70 % sudaro įmonių „Pramprojektas“ ir „Vilniaus baldai“ akcijos. Markowitz modeliu suformuotame nustatytos rizikos portfelyje pirmosios įmonės akcijų yra apie 4 %, o „Vilniaus baldai“ akcijų dalis sudaro apie 3 % portfelio. Didžiausią Markowitz modelio portfelio dalį sudaro įmonių „Lietuvos elektrinė“, „Vakarų skirstomieji tinklai“ ir „Vilniaus vingis“ akcijos. Dviejų iš minėtų akcijų semivariacijos modelio portfelyje iš viso nėra. Didesnį semivariacijos modelio portfelio pelningumo rodiklį, kai vienoda rizika, būtų galima paaiškinti mažesne diversifikacija.



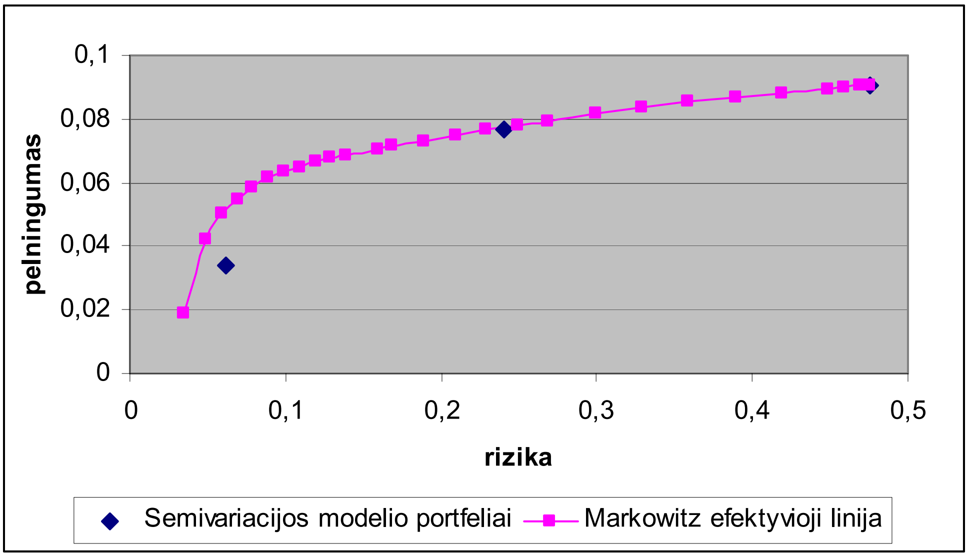
25 pav. **Optimalių portfelių struktūra rizikos matavimui naudojant semivariaciją**

Du pirmieji aptarti portfeliai skiriasi pelningumo ir rizikos rodikliais. Ir kaip jau minėta anksčiau, rodiklių skirtumą veikia skirtingi rizikos skaičiavimo būdai ir skirtinga portfelio sandara. Maksimalaus pelningumo portfeliai abiejuose modeliuose yra tos pačios sudėties ir sudaryti iš vienos įmonės akcijų. Jie įdomūs tuo požiūriu, kad turėdami vienodą sudėtį skiriasi rizikos rodikliais. Šiuo atveju portfelio sandaros įtakos nėra. Rodiklius paveikia tik skirtinga skaičiavimo metodika. Kadangi portfelių sudėtis vienoda, o rizikos rodikliai skirtingi, kyla klausimas, ar kuris nors iš tiriamų modelių geriau įvertina riziką ir kuriuo modeliu geriau diversifikuojamas portfelis. Siekiant tai išsiaiškinti, panaikinta skirtingo rodiklių apskaičiavimo metodo įtaka portfelio diversifikacijai. Optimalūs portfeliai pagal semivariacijos portfelį perskaičiuoti pagal Markowitz modelį nekeičiant sandaros, o Markowitz lygiai taip pat nekeičiant sandaros perskaičiuoti pagal semivariacijos modelį. Vertinama, kurie portfeliai abiem atvejais bus arčiau optimalios linijos ir pagal tai sprendžiama, kuris rizikos rodiklio apskaičiavimo metodas ir portfelio diversifikacijos galimybės yra geresnės. Rezultatai pavaizduoti 26 ir 27 paveiksluose.



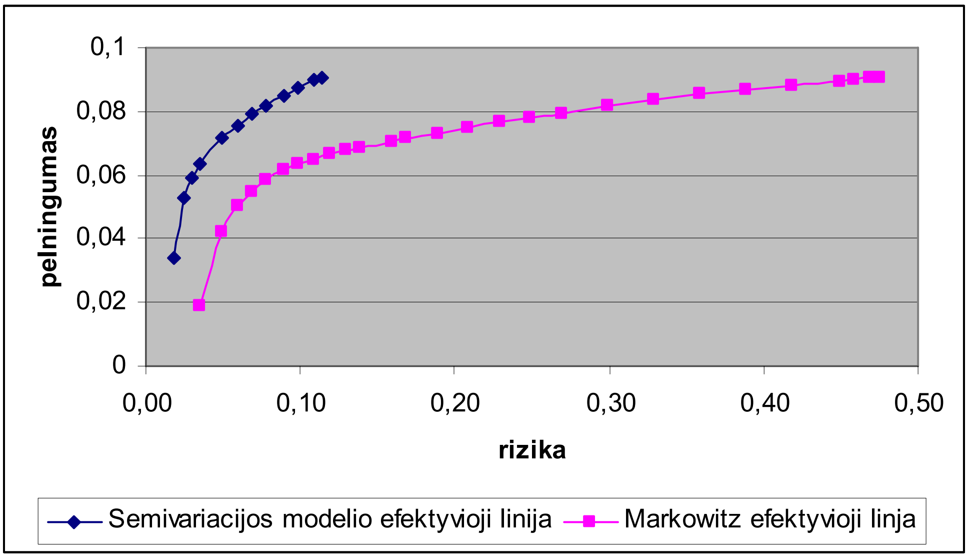
26 pav. **Markowitz modelio optimalūs portfeliai perskaičiuoti naudojant semivariaciją**

Kaip matyti iš tyrimo rezultatų (26 pav.), tik vienintelis Markowitz maksimalaus pelningumo portfelis buvo optimalus, kadangi jo sudėtis tokia pati kaip ir semivariacijos modelio analogiško portfelio. Priešingai likusieji du Markowitz modelio optimalūs portfeliai perskaičiuoti rizikos matu naudojant semivariaciją nebuvo optimalūs. Vienas buvo gana arti optimalių portfelių linijos, o kitas toli nuo optimalių portfelių linijos. Tokį išsidėstymą lėmė jau ne skaičiavimo metodų skirtumai, o tik diversifikacija. Semivariacijos modelio optimalūs portfeliai perskaičiuoti pagal Markowitz modelį užėmė geresnes pozicijas lyginant su optimalių portfelių linija (žr. 27 pav.). Visi portfeliai buvo prie pat Markowitz optimalių portfelių linijos arba net ir ant jos. Tokie rezultatai parodo, kad rizikos skaičiavimui naudojant semivariaciją vietoj variacijos portfelis diversifikuojamas geriau. Diversifikacija semivariacijos modelyje, mūsų nuomone, geresnė dėl tikslesnio rizikos mato. Tad galime sakyti, kad semivariacija kaip rizikos matas yra geresnis nei Markowitz modelyje naudojama variacija.



27 pav. **Semivariacijos modelio optimalūs portfeliai perskaičiuoti pagal Markowitz modelį**

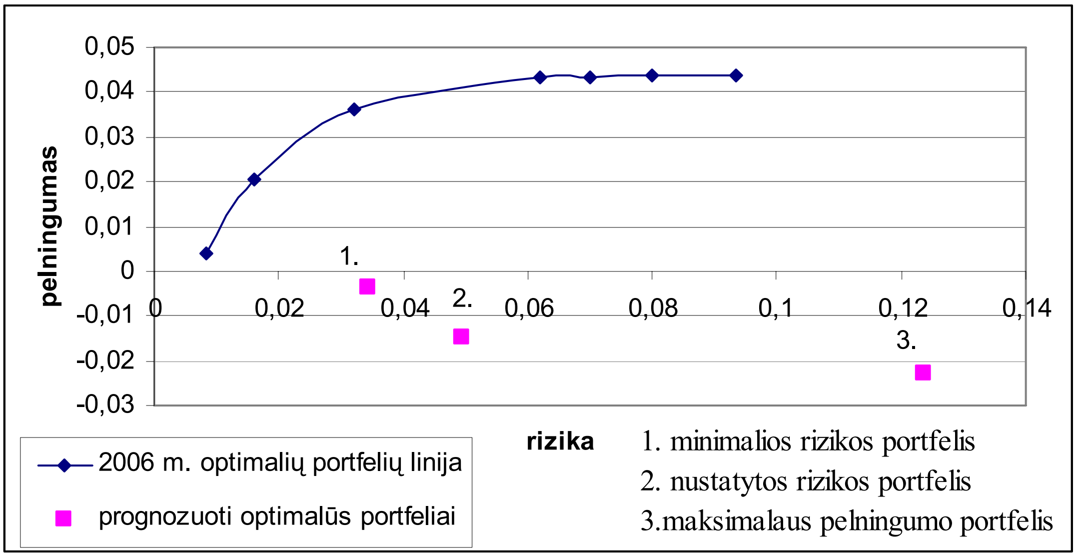
Papildomai buvo ištirti ne tik trys optimalūs portfeliai, bet ir visa semivariacijos optimalių portfelių aibė ir palyginta su Markowitz optimalių portfelių aibe (žr. 28 pav.). Kaip matyti semivariacijos optimalių portfelių linija yra aukščiau ir kairiau nuo Markowitz optimalių portfelių linijos. Tokia pozicija koordinačių sistemoje yra geresnė.



28 pav. **Semivariacijos ir Markowitz modelių optimalių portfelių linijos**

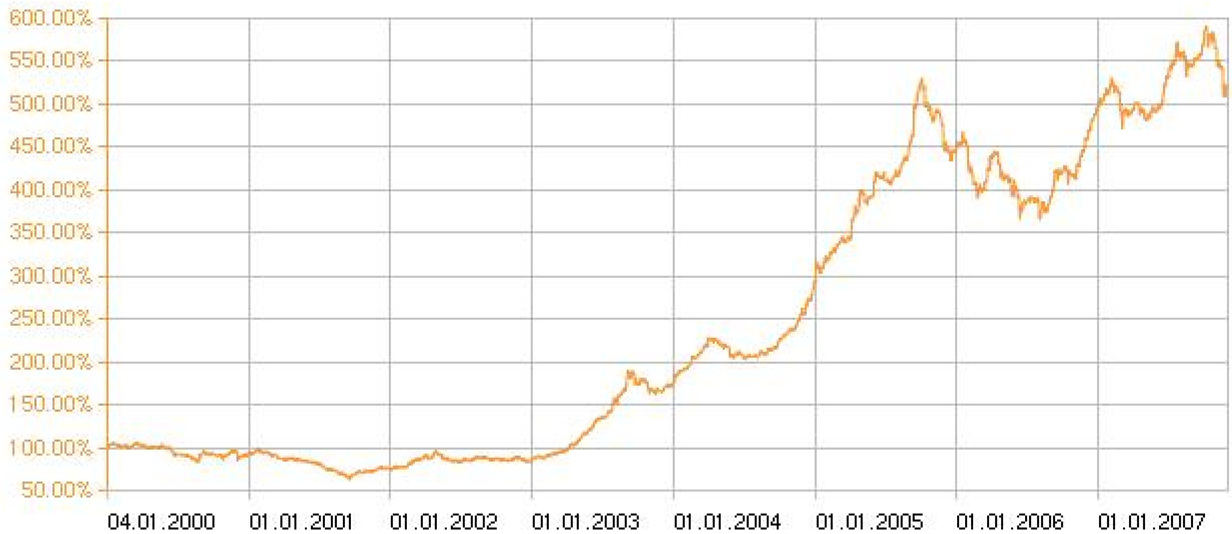
Manome, kad tokia skirtingų portfelio optimizavimo modelių efektyviųjų linijų padėtis yra nulemta dviejų veiksnių – skirtingo rizikos skaičiavimo būdo ir dėl skirtingo efektyvumo diversifikavimo. Pirmasis veiksnys, t.y. skirtingas rizikos matas yra pagrindinis ir jis lemia efektyviosios linijos išsidėstymą abscisių ašies atžvilgiu. Kadangi semivariacijos modelyje skaičiuojama tik neigiama variacija, o teigiami nukrypimai nuo pelningumo neįtraukiami, tai ir apskaičiuotas rizikos dydis yra mažesnis. Todėl semivariacijos efektyvių portfelių linija yra trumpesnė nei Markowitz efektyvių portfelių linija. Optimalių portfelių linijų padėtį ordinačių ašies atžvilgiu lemia pelningumo matas, tačiau jis abiejuose modeliuose yra vienodas, o efektyviųjų linijų padėtys skiriasi. Mūsų nuomone, taip yra dėl to, kad pirmasis veiksnys netiesiogiai veikia pelningumą. Dėl geresnio rizikos matavimo semivariacijos modelyje, efektyvesnė tampa portfelių diversifikacija, o geriau diversifikavus portfelį padidėja jo pelningumas prie tos pačios rizikos.

Paskutinis semivariacijos modelio tyrimas atliktas kaip ir su visais prieš tai tirtais modeliais – norint išsiaiškinti jo prognozavimo galimybes. Tuo tikslu sudaromi trys optimalūs portfeliai 2000 – 2005 m. laikotarpį. Tada nustatoma optimalių portfelių linija 2006 m. ir prognozuoti optimalūs portfeliai pagal 2000 – 2005 m. laikotarpio duomenis suformuojami 2006 m. Gauti rezultatai parodyti 29 paveiksle.



29 pav. **Optimalūs ir prognozuoti portfeliai 2006 m. taikant semivariaciją**

Kaip matyti, prognozavimas, naudojant semivariaciją kaip rizikos matą, irgi labai netikslus. Visi trys portfeliai, kurie 2000 – 2005 m. laikotarpio duomenimis turėjo būti optimalūs, buvo labai nutolę nuo 2006 m. efektyvių portfelių linijos. Jų visų pelningumas buvo neigiamas. Kiek tiksliau atitinka prognozuota rizika. Matyti, kad visi portfeliai išsidėstę eilės tvarka pagal rizikos lygį. Be to ir pelningumas vis mažėja, kuo rizikingesnis portfelis. Jeigu palygintume visų tirtų modelių prognozavimo galimybes, tai rizikos prognozavimo atžvilgiu šis modelis tikslesnis už rinkos (žr. 22 pav.) ir Markowitz modelius (žr. 16 pav.), tačiau prognozuojant Markowitz modeliu dviejų portfelių pelningumai yra teigiami. Rinkos modelis prasčiausiai iš visų buvo tinkamas prognozuoti optimalių portfelių sudėtį. Tačiau apskirtai ir naudojantis kitais modeliais sudaryti portfeliai buvo toli nuo optimalių portfelių linijos. Manytume, kad blogi rezultatai yra dėl to, kad naudojantis šiais modeliais remiamasi praeities duomenimis. Prognozuoti būsimus optimalius portfelius geriau pavyktų tada, kai finansinių priemonių pelningumas svyruoja panašia amplitude. Staigių kainų kritimo ar kilimo šie modeliai nustatyti negali, ypač jei jų nebuvę praeityje. Lietuvos akcijų rinkoje 2000 – 2005 m. laikotarpiu buvo stabilus kilimas su nedideliais svyravimais, o 2005 m. gale prasidėjo nuosmukis ir jis tęsėsi daugiau kaip pusmetį 2006 m. (žr. 30 pav.). Manome, kad dėl šios priežasties visų modelių prognozavimo rezultatai buvo prasti. Norint tiksliau nustatyti, kokį optimalų portfelį formuoti, prie tiriamų portfelio optimizavimo modelių reikia pritaikyti kainų prognozavimo modelius.



30 pav. **OMX Vilnius indeksas 2000 – 2007 m.**

Apžvelgiant tiriamąją darbo dalį, galima pasakyti, kad visus analizuotus portfelių optimizavimo modelius galima gana patikimai naudoti sudarant optimalų portfelį tuo atveju, jei praėjusių laikotarpių duomenimis galima bent apytiksliai nusakyti būsimą kainų svyravimą ir tuo pačiu pelningumą. Tačiau kadangi Lietuvos finansinių priemonių, o konkrečiau akcijų rinka yra besivystanti ir jauna rinka, tai taikyti tirtus optimizavimo modelius reikia atsargiai, atsižvelgiant į besivystančios Lietuvos rinkos stipresnius kainų svyravimus ir didesnius galimus nuosmukius. Nors visų tirtų modelių portfelių optimizavimo ir diversifikavimo metodikos duoda panašius rezultatus, nemažai mokslininkų[5,23,36,51] geresniu laiko portfelį, diversifikuojamą naudojant semivariaciją kaip rizikos matą. Taip matuojama rizika tiksliau išreiškia tai, ką investuotojas suvokia kaip riziką. Tačiau Lietuvos rinkoje reikia apsvarstyti Markowitz modelio naudojimą, nes, mūsų nuomone, besivystančioje rinkoje ne tik neigiami, bet ir teigiami akcijų kursų svyravimai gali indikuoti riziką. Besivystanti rinka yra nestabili ir po staigaus kainos kilimo gali būti stiprus kritimas. Kadangi Markowitz modelyje rizika apima šiuos du aspektus, tai besivystančioje rinkoje šis portfelio optimizavimo modelis gali būti geresnis nei semivariaciją naudojantis modelis, ką parodė ir atlikti tyrimai.

Nors Markowitz modeliu prognozuoti optimalūs portfeliai buvo geresni už kitus du tirtus modelius, visgi ir šiuo modeliu prognozuoti optimalūs portfeliai buvo toli nuo efektyviosios linijos, tad prognozių negalima laikyti patikimomis. Taigi tyrimo pradžioje iškelta hipotezė, kad, naudojant Markowitz, rinkos ir semivariacijos portfelio optimizavimo modelius, galima patikimai prognozuoti optimalaus portfelio struktūrą Lietuvos akcijų rinkos sąlygomis, nepasitvirtino.

IŠVADOS

1. Finansų literatūroje pateikiama įvairių portfelio apibrėžimų, tačiau pačia bendriausia prasme portfelis – tai turto rinkinys. Portfelį sudarantis turtas gali būti ir materialus, ir finansinis. Finansinių priemonių portfelis – tai finansinių įsipareigojimų, nuosavybės finansinių priemonių ir kitų finansinių priemonių, turinčių tam tikrą piniginę vertę, rinkinys. Portfelių mokslo istorija neilga, tačiau produktyvi. Šios srities pradininkas yra H. Markowitz, 1952 m. parašęs darbą „Portfelio pasirinkimas“, kuriame pirmą kartą pavartojo terminus portfelio rizika ir diversifikacija. Kiti pagrindiniai moderniosios portfelio teorijos kūrėjai yra J. Tobin ir W. Sharpe, tobulinę ir modifikavę H. Markowitz sukurtą teoriją. Portfelių mokslas vystosi ir dabar, nes nuolat susiduriama su įvairių modelių taikymo rinkos sąlygomis problema. Tai yra nuolatinės naujų modelių paieškos ir egzistuojančių modelių modifikacijos variklis.
2. Moderniosios portfelio teorijos pagrindas yra vidurkio – variacijos analizė. Racionalus investuotojas renkasi tokį portfelį, kuris, esant nustatytai rizikai, duotų maksimalų pelną arba minimizuotų riziką prie tam tikro pelno lygio. Toks portfelis laikomas optimaliu. Kadangi yra efektyvių portfelių linija, kurioje visi portfeliai optimalūs, konkretų optimalų portfelį investuotojas renkasi pagal savo naudingumo funkciją. Optimalų portfelį taip pat galima parinkti derinant rizikingas ir nerizikingas finansines priemones. Tada gaunama optimalių portfelių tiesė su vienu optimaliu rizikingu portfeliu ir nerizikinga priemone. Rinkos ir arbitražo įkainojimo modeliuose remiamasi vienu ar keliais faktoriais, įtakojančiais finansinės priemonės pelningumą ir riziką. Įvertinti visų į portfelį įeinančių finansinių priemonių faktoriai sudaro bendrą portfelio riziką. Tobulinant portfelių teorijas pasiūlyti alternatyvūs portfelio rizikos įvertinimo būdai: semivariacija, VaR, kurie vertina tik nuostolių galimybę bei adekvačiojo portfelio teorija.
3. Lietuvos akcijų rinkos sąlygomis tirti trys portfelių optimizavimo modeliai: Markowitz, rinkos ir semivariacijos. Markowitz ir rinkos modeliai labai panašiai identifikuoja optimalių portfelių aibę. Semivariacijos modelio optimalių portfelių aibė skiriasi dėl skirtingo rizikos mato. Efektyviausiai portfelis diversifikuojamas naudojant semivariacijos modelį. Tačiau prognozuojant optimalaus portfelio sudėtį, remiantis istoriniais pelningumo rodikliais, geriausias yra Markowitz modelis. Tyrimas parodė, kad patikimesni rezultatai gaunami analizuojant 3-6 metų laikotarpio duomenis. Portfelio sudėties prognozavimas Markowitz modeliu, tyrėjų nuomone, buvo geresnis dėl neigiamų ir teigiamų svyravimų įtraukimo rizikos skaičiavime, kurie besivystančioje Lietuvos finansų rinkoje tiksliau indikuoja riziką. Tačiau iškelta hipotezė, kad, naudojant tirtus modelius, galima patikimai prognozuoti optimalių portfelių struktūrą Lietuvos akcijų rinkos sąlygomis, nebuvo patvirtinta dėl nepakankamai efektyvių prognozavimo rezultatų.

REKOMENDACIJOS

Atlikus portfelio teorijų tyrimą Lietuvos akcijų rinkoje galima pateikti keletą rekomendacijų dėl tirtų teorijų taikymo. Visos tirtos portfelio teorijos pateikia optimalių portfelių linijas, kurias sudaro be galo daug optimalių portfelių, tad pirmiausiai investuotojas turi nusistatyti dar vieną ar kelis kriterijus, pagal kuriuos išsirinktų sau optimalų portfelį. Tokie kriterijai gali būti savo rizikos vengimo laipsnio nustatymas pagal įvairiais metodikas, pavyzdžiui MIFID direktyvos numatytus investuotojų klausimynus. Kaip vienas iš galimų kriterijų vienintelio optimalaus portfelio pasirinkimui, siūlomas Sharpe rodiklis. Renkantis portfelį pagal didžiausią Sharpe rodiklį užtikrinamas maksimalus pelningumas rizikos vienetui. Toks portfelis optimalioje aibėje yra tik vienas.

Prognozuojant optimalų portfelį patariama naudoti ilgesnius nei 3 m. laikotarpio duomenis. Besivystančioje rinkoje Markowitz, rinkos ir semivariacijos modeliai nėra pakankamai efektyvūs. Visgi optimalaus portfelio prognozėms patariama naudoti Markowitz modelį, nes Lietuvos rinkos sąlygomis šiuo modeliu prognozuoti portfeliai pasižymėjo geresnėmis rizikos ir pelningumo charakteristikomis nei rinkos ar semivariacijos modelių portfeliai.

Nors tirtų portfelių optimizavimo modelių prognozavimo galimybės nėra geros, norint išvengti rizikos patariama diversifikuoti portfelį. Iš daugelio akcijų sudaryto portfelio rizika yra daug mažesnė. Nors ir būdamas neefektyvus, jis užtikrina tam tikrą pelningumą, tuo tarpu mažai diversifikuotas portfelis daug labiau rizikingas ir tirtais atvejais buvo nuostolingas.

Moksliniuose tyrimuose portfelio srityje siūloma atkreipti dėmesį į optimalaus portfelio sudarymą būsimam periodui. Naudojantis matematiniais tikimybiniais metodais reikia efektyvinti portfelio struktūros prognozavimą. Nors šiame tyrime semivariacijos modelis pasirodė nelabai tikslus, tačiau, atsižvelgiant į žmogaus rizikos supratimą, siūloma kartu su tikimybiniais pelningumo prognozavimo metodais naudoti semivariaciją kaip rizikos matą.

LITERATŪROS SĄRAŠAS

1. A. V. Rutkauskas, P. Stankevičius. Investicinių sprendimų valdymas. Vilnius. 2006, 374 p. ISBN: 9955-20-126-6.
2. A. V. Rutkauskas, V. Lukoševičius, V. Jakštas. Dvigubojo kozirio portfelio naudojimas sprendimams valdyti globalioje valiutų rinkoje // Verslas: teorija ir praktika. 2006, 7 t. Nr. 2, p. 55-72, ISSN: 1648-0627.
3. A. V. Rutkauskas. Adekvačiojo investavimo portfelio anatomija ir sprendimai panaudojant imitacines technologijas // Ekonomika. 2006, Nr. 75, p. 52-76, ISSN: 1392–1258.
4. A. V. Rutkauskas. Portfelio sprendimai valiutų kursų ir kapitalo rinkose // Verslas: teorija ir praktika. 2005, 6 t. Nr. 2, p. 107-116, ISSN: 1648-0627.
5. B. M. Rom, K. W. Ferguson. Post-modern portfolio theory comes of age // Journal of Investing. 1999, p. 349-364.
6. Baltijos akcijų prekybos sąrašai // http://www.baltic.omxgroup.com/market/?market=XVSE&pg=mainlist&currency=0&day=&month=&year=&day=2&month=12&year=2007; prisijungimo laikas: 2007 09 20.
7. Bodie Z. Essential of investments 5th ed./ Z. Bodie, A. Kane, A. J. Marcus. 2003. 765 p. ISBN 0-07-251077-3.
8. Brealey R. A. Principles of Corporate Finance 7th. ed./ R. A. Brealey, S. C. Myers. 2003. 1120 p. ISBN: 0-07-115145-1.
9. Chong Y. Y. Investment risk management. 2004. 210 p. ISBN: 0-470-84951-7.
10. Classifications: Financial Instruments, Functional Categories, Maturity, Currency and Type of Interest Rate // http://www.internationalmonetaryfund.com/external/np/sta/bop/pdf/chap5.pdf; prisijungimo laikas: 2007 09 21.
11. D. Vasiliauskaitė. Optimalaus vertybinių popierių portfelio sudarymo ypatumai // Ekonomika 2004, Nr. 67 (2), p. 1-14, ISSN: 1392–1258.
12. Deardorff's Glossary of International Economics // http://www-personal.umich.edu/~alandear/glossary/p.html; prisijungimo laikas: 2007 09 25.
13. E. Valakevičius, R. Žolytė. Lietuvos firmų akcijų portfelio statistinis modelis ir jo tyrimas // Inžinerinė ekonomika, 2003, Nr. 4 (35), p. 7-11, ISSN: 1392-2785.
14. Elton E. J. Modern portfolio theory and investment analysis 6th. ed./ E. J. Elton, M. J. Gruber. S. J. Brown, W. N. Goetzmann. 2003. 701 p.

15. F. Fabozzi, F. Gupta, H. Markowitz. The Legacy of Modern Portfolio Theory // Journal of Investing. 2002. 11 t. Nr. 3, p. 7-22, ISSN 1068-0896.
16. Finance Theory// http://cepa.newschool.edu/het/schools/finance.htm; prisijungimo laikas: 2007 09 12.
17. Financial instrument // http://www.investopedia.com/terms/f/financialinstrument.asp; prisijungimo laikas: 2007 09 10.
18. Finansinė priemonė // http://lt.wiktionary.org/wiki/finansin%C4%97_priemon%C4%97; prisijungimo laikas: 2007 09 17.
19. G. Dudzevičiūtė. Vertybinių popierių portfelio sudarymas ir vertinimas. Verslas: teorija ir praktika, 2004, 5 t. Nr. 3, p. 116-124, ISSN: 1648-0627.
20. Gaidienė Z. Finansų valdymas. 1998. 125 p. ISBN 9986-418-10-0.
21. Glossary of private equity and venture capital terminology// http://www.altassets.net/hm_glossary.php#portfolio; prisijungimo laikas: 2007 09 23.
22. H. H. Müller. Modern portfolio theory: some main results // http://www.casact.org/library/astin/vol19s/9.pdf; prisijungimo laikas: 2007 09 23.
23. H. Lohre, T. Neumann, T. Winterfeldt. Portfolio Construction with Asymmetric Risk Measures/ http://www.fma.org/Barcelona/Papers/asymm_risk.pdf; prisijungimo laikas: 2007 09 14.
24. H. Markowitz. Foundations of Portfolio theory // Journal of Finance. 1991. 46 t. Nr. 2, p. 469-477.
25. H. Markowitz. Portfolio selection // Journal of Finance, 1952, Nr. 1, p.77-91.
26. H. Markowitz. Portfolio Theory Past, Present and Future // http://www.business.uts.edu.au/qfrc/conferences/ppfim/downloads/harrymarkowitz_slides.pdf; prisijungimo laikas: 2007 09 22.
27. H. Markowitz. The early history of portfolio theory: 1600-1960 // Financial analyst journal. 1999 p. 5-16.
28. H. Varian. A Portfolio of Nobel Laureates: Markowitz, Miller and Sharpe // Journal of Economic Perspectives. 1993, 7 t. Nr. 1, p. 159-169, ISSN: 0895-3309.
29. Hagin R. L. Investment management: portfolio diversification, risk, and timing – fact and fiction. 2004. 304 p. ISBN 0-471-46920-3.
30. J. Tobin. Liquidity preference as behavior towards risk // The Review of Economic Studies. 1958, Nr. 67, p. 65-86.
31. Jansen J. Semimarkov risk models for finance, insurance and reliability / J. Jansen, R. Manca. 2007. ISBN 0-387-70729-8.
32. Kancerevyčius G. Finansai ir investicijos. Kaunas, 2006. 864 p. ISBN 9955-551-93-3.

33. LR Finansinių priemonių rinkų įstatymas, 2007 m. sausio 18 d., Nr. X – 1024 // Valstybės žinios. 2007, Nr. 17 – 627.
34. M. H. Miller. The History of Finance // The Journal of Portfolio Management. 1999, p. 95-101.
35. M. Tvaronavičienė, J. Michailova. Optimalaus akcijų portfelio sudarymas, naudojantis H. Markowitz „Portfelio teorija“ // Verslas: teorija ir praktika. 2004, 5 t. Nr. 3, p. 135-143, ISSN: 1648-0627.
36. P. Swisher, G. W. Kasten. Post-Modern Portfolio Theory // Journal of Financial Planning. 2005, 18 t. Nr. 9, p. 74-85, ISSN: 1040-3981.
37. Portfolio (finance)// http://en.wikipedia.org/wiki/Portfolio_%28finance%29; prisijungimo laikas: 2007 09 25.
38. Post-modern portfolio theory // http://en.wikipedia.org/wiki/Post-modern_portfolio_theory; prisijungimo laikas: 2007 09 09.
39. Reilly F. K. Investment Analysis and Portfolio Management 7th. ed./ F. K. Reilly, K. C. Brown. 2003. 1162 p. ISBN: 0-324-17173-0.
40. Rogachev A. Dynamic Value-at-Risk/ http://www.gloriamundi.org/picsresources/ardv.pdf; prisijungimo laikas: 2007 09 15
41. Ross S. A. Corporate finance 6th ed. / S. A. Ross, R. W. Westerfield, J. F. Jaffe. 2003. 961 p. ISBN 0-390-320000-5.
42. Schroeck G. Risk management and value creation in financial institutions. 2002. 332 p. ISBN 0-471-25476-2.
43. SHARE POWER Campaign – Glossary of Useful Financial Terms // http://www.amnestyusa.org/SHARE_POWER/SHARE_POWER_Campaign__Glossary_of_Useful_Financial_Terms/page.do?id=1101686&n1=3&n2=26&n3=158; prisijungimo laikas: 2007 09 08.
44. Smithson C. Credit portfelio management. 2003. 340 p. ISBN 0-471-32415-9.
45. Statistical classification of financial market instruments, 2005 // http://www.ecb.int/pub/pdf/other/statisticalclassificationfmi200507en.pdf; prisijungimo laikas: 2007 09 18 .
46. V. A. Dallagnol, I. J. Berg. Portfolio Management Using Value at Risk: A Comparison Between Genetic Algorithms and Particle Swarm Optimization // http://administration.ewi.tudelft.nl/live/binaries/70163a1a-37c1-4f78-8cb0-50653874a96b/doc/valdemar.pdf; prisijungimo laikas: 2007 09 11.
47. Valakevičius E. Investicijų mokslas. Kaunas, 2001. 324 p. ISBN: 9986-13940-6.

48. Valuation and Risk Metrics // http://www.gloriamundi.org/picsresources/ccrov3.pdf; prisijungimo laikas: 2007 09 21.
49. Value at risk // http://en.wikipedia.org/wiki/Value_at_risk; prisijungimo laikas: 2007 09 20.
50. Vince R. The handbook of portfolio mathematics: formulas for optimal allocation & leverage. 2007. 422 p. ISBN 0-471-75768-3.
51. W. Harlow. Asset Allocation in a Downside-Risk Framework // Financial Analysts Journal. 1991, 47 t. Nr. 5, p. 28-40.

SANTRAUKA

Darbo pavadinimas: Finansinių priemonių portfelio optimizavimas ir rekomendacijos Lietuvos sąlygoms

Raktiniai žodžiai: portfelio teorija, optimalus portfelis, portfelio sudarymas Lietuvos sąlygomis, finansinių priemonių portfelis, portfelio diversifikavimas, portfelio rizika.

Santrauka. Šiame darbe pristatomos portfelio teorijos ir analizuojamas jų taikymas Lietuvos sąlygomis. Darbas sudarytas iš trijų pagrindinių skyrių. Pirmieji du darbo skyriai yra teorinio pobūdžio, o trečiame skyriuje pateikiami atliktų tyrimų rezultatai. Pirmajame skyriuje išryškinamos portfelio, finansinių priemonių ir susijusios sąvokos bei pristatoma portfelių mokslo evoliucija. Antrasis skyrius skirtas aptarti pagrindines portfelio teorijas ir jose pateiktus portfelio optimizavimo modelius. Pirmiausiai pristatoma modernioji portfelio teorija, paremta vidurkio – variacijos analize, kurią kūrė ir tobulino H. Markowitz, J. Tobin, W. Sharpe ir kiti mokslininkai. Greta klasikinės portfelio teorijos aptariami ir kiti portfelio sudarymo ir optimizavimo modeliai: postmodernioji portfelio teorija, VaR, adekvačiojo portfelio teorija. Trečiajame skyriuje pristatomi portfelio optimizavimo modelių, remiantis portfelio teorijomis, tyrimų rezultatai. Analizuoti Markowitz, rinkos ir semivariacijos modeliai Lietuvos akcijų rinkos sąlygomis. Taikant šiuos tris modelius, sudaryti optimalūs portfeliai, prognozuota portfelių struktūra ateinančiam periodui, nustatytos optimalių portfelių linijos. Skirtingų modelių portfelių optimizavimo rezultatai lyginti tarpusavyje. Tyrimo rezultatai parodė, kad Lietuvos sąlygomis, portfelio struktūra geriausiai prognozuota taikant Markowitz modelį. Markowitz modelis labiausiai pasiteisino dėl to, kad besivystančioje Lietuvos rinkoje yra gana dideli akcijų kainų svyravimai, kurie geriau įvertinami kai rizikos matu pasirenkama variacija. Remiantis atliktų tyrimų rezultatais, prognozuojant optimalią portfelio struktūrą, pasiūlyta naudoti ne trumpesnius nei 3 – 6 metų statistinius akcijų pelningumų duomenis, plačiai diversifikuoti portfelį siekiant mažinti riziką, kaip papildomą optimalaus portfelio pasirinkimo kriterijų naudoti Sharpe rodiklį ir Lietuvoje taikyti Markowitz modelį.

SUMMARY

Title: Financial instruments' portfolio optimization and recommendations for the conditions of Lithuania.

Keywords: portfolio theory, optimal portfolio, portfolio selection in Lithuania market, portfolio of financial instruments, portfolio diversification, portfolio risk.

Summary. There are presented portfolio theories and analyzed their application for Lithuania financial market in this work. This work contains of three essential chapters. First two chapters are theoretical. Results of research are presented in the third chapter. Portfolio, financial instruments' and related definitions are introduced in first chapter. There is also presented evolution of portfolio science in the latter part. Basic portfolio theories and optimization models are discussed in the second chapter. Firstly this part deals with modern portfolio theory, which was developed by H. Markowitz, J. Tobin, W. Sharpe and others. Alongside classical portfolio theory there is presented other models of portfolio selection and optimization: postmodern portfolio theory, VaR, adequate portfolio theory. Results of research of Markowitz, market, semivariation models are introduced in the third chapter of this work. These models were analyzed in Lithuania stock market. There were made optimal portfolios using these models. During this research also was made forecasts of portfolios structure in the future period. Results of different models' research were compared. Results showed that the best forecasting of portfolio structure was when used Markowitz model. Lithuania financial market is developing market so there is bigger volatility. Because of that variance, which is used in Markowitz model is best fitting for such conditions. According to results of research is recommended to use 3 – 6 years statistical stock return data, to diversify portfolio seeking reduce development market risk and use Sharpe ratio as complementary criterion for optimal portfolio selection.

PRIEDAI

1 PRIEDAS. Finansinių priemonių klasifikacija [remiantis 45]

<table>
<tr><td rowspan="6">1. Palūkanų normos priemonės</td><td rowspan="4">1.1.Indėliai, paskolos ir skolos vertybiniai popieriai</td><td rowspan="2">Indėliai ir paskolos</td><td>Trumpalaikiai (iki 1 metų)</td><td rowspan="2">Tolimesnis skaidymas:
1. Indėliai – paskolos
2. Valiuta
3. Susiejimas su kt. priemonėmis
4. Reitingas
5. Papildomų priemonės
6. sektorius (pagal ESA 95)
7. Veiklos sritis (pagal NACE)</td></tr>
<tr><td>Ilgalaikiai (daugiau nei 1 metų)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Skolos vertybiniai popieriai</td><td>Trumpalaikiai (iki 1 metų)</td><td rowspan="2">Tolimesnis skaidymas:
1. Terminas
2. Valiuta
3. Susiejimas su kt. priemonėmis
4. Reitingas
5. Kupono tipas
6. Išleidėjo buveinės vieta (pagal ESA 95)
7. Išleidėjo veiklos sektorius
8. Veiklos sritis (pagal NACE)</td></tr>
<tr><td>Ilgalaikiai (daugiau nei 1 metų)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.2.Palūkanų normos išvestinės priemonės</td><td colspan="2">išankstinio sandorio tipo išvestinės priemonės</td><td>Tolimesnis skaidymas:
1. Rinkos tipas
2. Priemonės tipas
3. Papildantis sektorius</td></tr>
<tr><td colspan="2">opciono tipo išvestinės priemonės</td><td>Tolimesnis skaidymas:
1. Rinkos tipas
2. Priemonės tipas
3. Papildantis sektorius</td></tr>
<tr><td rowspan="5">2. Su nuosavybe susijusios priemonės</td><td rowspan="3">2.1.Akcijos</td><td colspan="2">Kotiruojamos akcijos</td><td rowspan="3">Tolimesnis skaidymas:
1. Išleidėjo buveinės vieta
2. Išleidėjo veiklos sektorius (ESA)
3. Veiklos sritis (pagal NACE)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nekotiruojamos akcijos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kitos akcijos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2.2.Nuosavybės išvestinės priemonės</td><td colspan="2">išankstinio sandorio tipo išvestinės priemonės</td><td rowspan="2">Tolimesnis skaidymas:
1. Rinkos tipas
2. Priemonės tipas
3. Papildantis sektorius</td></tr>
<tr><td colspan="2">opciono tipo išvestinės priemonės</td></tr>
</table>

1 PRIEDAS. Tęsinys

<table>
<tr><td rowspan="9">3. Investicinių ir pinigų rinkos fondų akcijos/vienetai ir susijusios priemonės</td><td rowspan="7">3.1.Investicinių ir pinigų rinkos fondų akcijos/vienetai</td><td>Pinigų rinkos fodai</td><td colspan="2" rowspan="7">Tolimesnis skaidymas:
1. Reitingas
2. Fondo buveinės vieta</td></tr>
<tr><td>Obligacijų fondai</td></tr>
<tr><td>Akcijų fondai</td></tr>
<tr><td>Mišrūs fondai</td></tr>
<tr><td>Nekilnojamojo turto fondai</td></tr>
<tr><td>Apribotos rizikos (Hedge) fondai</td></tr>
<tr><td>Kiti fondai</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3.2.Išvestinės investicinių ir pinigų rinkos fondų akcijų/vienetų priemonės</td><td>išankstinio sandorio tipo išvestinės priemonės</td><td colspan="2" rowspan="2">Tolimesnis skaidymas:
1. Rinkos tipas
2. Priemonės tipas
3. Papildantis sektorius</td></tr>
<tr><td>opciono tipo išvestinės priemonės</td></tr>
<tr><td rowspan="5">4. Valiutos keitimas ir susijusios priemonės</td><td rowspan="3">4.1.Valiutos keitimas</td><td colspan="3">Pirmoji valiutų pora</td></tr>
<tr><td colspan="3">....</td></tr>
<tr><td colspan="3">n-toji valiutų pora</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4.2.Išvestinės valiutos keitimo priemonės</td><td colspan="2">išankstinio sandorio tipo išvestinės priemonės</td><td rowspan="2">Tolimesnis skaidymas:
1. Rinkos tipas
2. Priemonės tipas
3. Papildantis sektorius</td></tr>
<tr><td colspan="2">opciono tipo išvestinės priemonės</td></tr>
<tr><td rowspan="5">5. Prekių ir kredito išvestinės priemonės bei kitos finansinės priemonės</td><td rowspan="2">5.1.Išvestinės prekių priemonės</td><td colspan="2">išankstinio sandorio tipo išvestinės priemonės</td><td rowspan="2">Tolimesnis skaidymas:
1. Rinkos tipas
2. Priemonės tipas
3. Papildantis sektorius</td></tr>
<tr><td colspan="2">opciono tipo išvestinės priemonės</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5.2.Išvestinės kredito priemonės</td><td colspan="2">išankstinio sandorio tipo išvestinės priemonės</td><td rowspan="2">Tolimesnis skaidymas:
1. Priemonės tipas
2. Reitingas
3. Išleidėjo veiklos sektorius</td></tr>
<tr><td colspan="2">opciono tipo išvestinės priemonės</td></tr>
<tr><td colspan="4">Kitos finansinės priemonės</td></tr>
</table>

2 PRIEDAS. Analiziuotų akcijų pavadinimai

Akcijos santrumpa	Akcijos pavadinimas
APG	"Apranga"
PTR	"Panevėžio statybos trestas"
PZV	"Pieno žvaigždės"
RSU	"Rokiškio sūris"
SAB	"Šiaulių bankas"
SAN	"Sanitas"
SNG	"Snaigė"
TEO	"TEO LT"
UKB	"Ūkio bankas"
UTR	"Utenos trikotažas"
VBL	"Vilniaus baldai"
RST	"Rytų skirstomieji tinklai"
ALT	"Alita"
ANK	"Anykščių vynas"
DKR	"Dvarčionių keramika"
GRG	"Grigiškės"
GUB	"Gubernija"
INV	"Invalda"
KBL	"Klaipėdos baldai"
KJK	"Klaipėdos jūrų krovinių kompanija"
KNF	"Klaipėdos nafta"
KNR	"Kauno energija"
KTK	"Kauno tiekimas"
LDJ	"Lietuvos dujos"
LEL	"Lietuvos elektrinė"
LEN	"Lietuvos energija"
LFO	"Lifosa"
LJL	"Lietuvos jūrų laivininkystė"
LLK	"Limarko laivų kompanija"
LNS	"Linas"
NDL	"DnB NORD bankas"
PRM	"Pramprojektas"
SRS	"Snoras"
STU	"Stumbras"
VDG	"Vilniaus degtinė"
VNG	"Vilniaus vingis"
VST	"Vakarų skirstomieji tinklai"
ZMP	"Žemaitijos pienas"

3 PRIEDAS. Akcijų pelningumo vidurkiai, dispersijos ir kvadratiniai nuokrypiai

Akcijos pavadinimas	APG	PTR	PZV	RSU	SAB	SAN	SNG	TEO
Pelningumas (R)	0,047	0,058	0,033	0,014	0,007	0,020	0,026	0,004
Dispersija (σ^2)	0,020	0,045	0,011	0,007	0,020	0,051	0,012	0,007
Kv. nuokrypis (σ)	0,142	0,212	0,103	0,083	0,140	0,227	0,112	0,085

Akcijos pavadinimas	UKB	UTR	VBL	RST	ALT	ANK	DKR	GRG
Pelningumas (R)	0,020	0,010	0,070	0,048	0,029	0,021	0,035	0,039
Dispersija (σ^2)	0,032	0,007	0,106	0,017	0,013	0,016	0,025	0,011
Kv. nuokrypis (σ)	0,179	0,081	0,325	0,129	0,112	0,127	0,157	0,106

Akcijos pavadinimas	GUB	INV	KBL	KJK	KNF	KNR	KTK	LDJ
Pelningumas (R)	-0,026	0,063	0,032	0,027	0,023	0,050	0,034	0,020
Dispersija (σ^2)	0,047	0,032	0,064	0,021	0,015	0,065	0,038	0,008
Kv. nuokrypis (σ)	0,216	0,179	0,253	0,144	0,123	0,256	0,194	0,092

Akcijos pavadinimas	LEL	LEN	LFO	LJL	LLK	LNS	NDL	PRM
Pelningumas (R)	0,051	0,026	0,034	0,021	0,021	0,003	0,019	0,091
Dispersija (σ^2)	0,017	0,056	0,060	0,015	0,017	0,014	0,025	0,226
Kv. nuokrypis (σ)	0,129	0,237	0,246	0,121	0,132	0,118	0,157	0,475

Akcijos pavadinimas	SRS	STU	VDG	VNG	VST	ZMP
Pelningumas (R)	0,034	0,042	0,045	0,031	0,059	0,026
Dispersija (σ^2)	0,026	0,025	0,024	0,020	0,020	0,027
Kv. nuokrypis (σ)	0,161	0,158	0,154	0,140	0,141	0,165

4 PRIEDAS. Akcijų koreliacijos

	APG	PTR	PZV	RSU	SAB	SAN	SNG	TEO	UKB
APG	1,00								
PTR	0,02	1,00							
PZV	-0,08	-0,06	1,00						
RSU	0,10	0,34	0,19	1,00					
SAB	0,06	0,27	-0,07	0,11	1,00				
SAN	0,05	0,15	-0,04	0,13	0,10	1,00			
SNG	0,13	0,09	0,05	0,31	0,11	0,22	1,00		
TEO	0,17	0,31	0,19	0,27	-0,05	0,23	0,22	1,00	
UKB	0,30	0,14	-0,01	0,14	0,20	0,06	0,26	0,23	1,00
UTR	0,33	0,14	0,19	0,30	0,05	0,14	0,13	0,15	0,33
VBL	0,04	0,01	0,32	0,25	-0,05	0,13	-0,15	-0,12	-0,06
RST	0,15	0,02	-0,01	0,04	0,03	0,08	0,32	0,26	0,38
ALT	0,26	0,11	0,12	0,02	0,00	0,14	0,18	0,27	0,25
ANK	-0,09	0,12	0,14	0,31	0,20	0,08	0,29	0,23	0,17
DKR	0,14	0,36	-0,07	0,12	-0,28	0,01	0,07	-0,11	0,20
GRG	0,28	0,12	0,21	0,16	0,11	0,18	0,24	0,19	0,09
GUB	-0,32	-0,40	0,08	-0,03	-0,45	0,07	0,14	0,08	-0,08
INV	0,27	0,12	0,19	0,38	0,12	0,13	0,25	0,22	0,18
KBL	0,09	0,26	0,22	0,17	-0,10	0,28	0,54	0,18	0,07
KJK	0,03	0,23	-0,02	0,11	0,11	-0,09	0,11	0,12	0,30
KNF	0,43	0,04	0,26	0,43	-0,07	0,05	0,41	0,35	0,34
KNR	0,26	0,33	-0,18	0,23	0,54	0,07	0,15	0,00	0,27
KTK	0,25	0,09	-0,05	0,28	0,12	0,13	0,16	0,42	0,43
LDJ	0,16	0,00	0,16	0,25	-0,10	0,31	0,31	0,22	0,16
LEL	0,40	-0,07	0,10	0,36	-0,07	0,14	0,17	0,02	0,10
LEN	0,05	0,00	-0,04	0,10	-0,04	0,06	0,18	0,04	0,17
LFO	0,32	0,10	0,04	0,06	0,16	0,04	0,01	0,06	0,39
LJL	0,17	0,22	0,11	-0,02	0,04	0,14	0,02	0,19	0,00
LLK	0,23	0,16	0,13	0,03	0,21	0,02	-0,02	0,17	0,22
LNS	0,29	0,06	0,13	0,31	0,19	0,15	0,19	0,15	0,12
NDL	0,22	0,41	0,15	0,38	0,12	-0,01	0,19	0,11	0,37
PRM	0,18	-0,09	-0,11	0,01	0,09	0,11	0,15	0,14	0,26
SRS	0,23	0,09	-0,06	-0,02	0,13	0,09	0,04	0,21	0,36
STU	0,30	0,25	0,10	0,00	0,20	0,20	0,22	0,07	0,24
VDG	0,38	0,14	0,03	0,18	0,17	-0,15	-0,07	0,03	0,37
VNG	-0,15	-0,10	0,03	0,02	-0,04	0,28	0,20	-0,07	0,04
VST	0,07	0,06	-0,02	-0,06	0,01	0,02	0,18	0,16	0,25
ZMP	-0,01	0,08	0,20	0,36	0,01	0,05	0,10	0,16	0,01

4 PRIEDAS. Tęsinys

	UTR	VBL	RST	ALT	ANK	DKR	GRG	GUB	INV
UTR	1,00								
VBL	0,04	1,00							
RST	0,21	0,16	1,00						
ALT	0,18	0,03	0,32	1,00					
ANK	0,19	-0,07	0,01	0,27	1,00				
DKR	0,21	0,07	0,02	0,14	-0,04	1,00			
GRG	0,32	0,16	0,23	0,16	0,06	-0,02	1,00		
GUB	0,08	-0,03	0,15	-0,14	0,15	0,15	-0,18	1,00	
INV	0,35	0,09	0,11	0,21	0,27	-0,16	0,48	-0,45	1,00
KBL	0,11	0,01	0,17	0,19	0,28	0,26	0,20	0,34	0,19
KJK	-0,01	-0,06	-0,09	0,10	-0,01	0,04	0,01	0,04	0,10
KNF	0,37	0,47	0,28	0,33	0,25	0,01	0,43	0,14	0,47
KNR	0,15	0,34	-0,03	0,26	0,02	-0,11	0,03	-0,81	0,63
KTK	0,30	0,13	0,09	0,29	0,17	0,29	0,20	0,32	0,15
LDJ	0,29	0,02	0,18	0,27	-0,01	0,00	0,30	0,12	0,33
LEL	0,33	0,50	-0,10	0,27	0,35	0,05	0,31	0,15	0,44
LEN	-0,06	0,02	0,41	0,08	0,19	0,11	-0,05	0,21	0,16
LFO	0,09	-0,02	0,22	0,08	-0,24	0,24	0,01	-0,29	0,01
LJL	0,17	0,16	0,25	0,32	-0,01	0,06	0,13	-0,10	0,05
LLK	0,28	0,24	0,15	0,47	0,11	-0,19	0,29	-0,42	0,32
LNS	0,31	0,09	0,13	0,19	0,26	0,09	0,18	0,14	0,16
NDL	0,24	-0,03	0,19	0,17	-0,04	0,47	0,06	-0,12	0,25
PRM	0,01	0,05	-0,12	-0,08	-0,16	-0,04	0,08	0,33	0,09
SRS	0,18	-0,04	0,33	0,23	-0,13	-0,01	0,14	-0,39	0,22
STU	0,26	0,22	0,19	0,20	-0,01	0,05	0,00	-0,58	0,14
VDG	0,44	0,34	0,27	0,47	0,10	0,03	0,23	-0,37	0,52
VNG	0,12	0,11	0,07	0,06	-0,05	0,14	0,05	0,23	-0,09
VST	0,15	0,01	0,82	0,29	-0,16	0,06	0,15	0,08	0,02
ZMP	0,14	0,15	0,09	-0,06	0,07	0,12	0,11	0,08	0,27

4 PRIEDAS. Tęsinys

	KBL	KJK	KNF	KNR	KTK	LDJ	LEL	LEN	LFO	LJL	LLK	LNS	NDL	PRM	SRS	STU	VDG	VNG	VST	ZMP
KBL	1,00																			
KJK	0,04	1,00																		
KNF	0,32	0,07	1,00																	
KNR	-0,16	0,19	0,09	1,00																
KTK	0,50	0,48	0,21	0,04	1,00															
LDJ	0,23	0,03	0,44	-0,02	0,33	1,00														
LEL	0,34	-0,12	0,43	0,04	0,29	0,30	1,00													
LEN	0,06	-0,05	0,24	0,05	0,19	-0,02	0,15	1,00												
LFO	-0,01	0,26	0,00	0,27	0,25	0,27	-0,14	-0,03	1,00											
LJL	0,18	0,15	0,22	0,23	0,23	0,21	-0,08	-0,01	0,25	1,00										
LLK	0,01	0,11	0,14	0,69	0,12	0,29	0,13	0,12	0,45	0,54	1,00									
LNS	0,20	0,07	0,37	0,05	0,32	0,28	0,37	0,07	0,23	0,28	0,25	1,00								
NDL	0,05	0,20	0,12	0,24	0,18	0,21	0,12	0,11	0,49	0,11	0,14	0,14	1,00							
PRM	0,27	0,83	0,04	0,54	0,73	-0,03	-0,07	-0,08	0,34	0,09	-0,10	0,14	0,26	1,00						
SRS	-0,16	0,28	0,18	0,48	0,28	0,14	-0,29	-0,07	0,38	0,28	0,44	-0,01	0,18	0,64	1,00					
STU	0,15	-0,14	0,11	0,74	-0,02	0,22	0,10	0,00	0,14	0,10	0,48	0,15	0,21	-0,20	0,26	1,00				
VDG	0,26	0,01	0,34	0,48	0,25	0,16	0,34	0,00	0,17	0,17	0,59	0,13	0,35	0,06	0,36	0,48	1,00			
VNG	0,09	-0,04	0,11	-0,13	0,11	0,56	0,01	0,08	-0,04	0,20	0,07	0,13	-0,11	-0,12	-0,15	0,07	-0,11	1,00		
VST	0,12	0,00	0,08	0,03	0,09	0,00	-0,23	0,23	0,23	0,13	0,03	0,01	0,12	0,31	0,35	0,19	0,19	-0,11	1,00	
ZMP	-0,04	-0,08	0,35	0,00	0,12	0,05	0,27	0,06	-0,19	0,11	0,00	-0,07	0,20	-0,17	-0,10	-0,02	0,16	0,01	-0,02	1,00

5 PRIEDAS. Markowitz modelio optimalių portfelių sudėtis pagal analizuojamą laikotarpį

2000-2005				2003-2005				2005			
	Prad. σ_p	**Max R_p**	**Min σ_p**		**Prad. σ_p**	**Min σ_p**	**Max R_p**		**Prad. σ_p**	**Min σ_p**	**Max R_p**
APG	0,03			APG	0,17			APG	0,08		
PTR	0,07		0,07	PTR	0,11	0,03		PTR	0,16	0,07	
PZV	0,10		0,04	PZV	0,12	0,02		PZV			
RSU				RSU		0,09		RSU	0,10	0,55	
SAB				SAB		0,02		SAB			
SAN				SAN				SAN			
SNG				SNG	0,05	0,02		SNG		0,07	
TEO				TEO		0,01		TEO		0,01	
UKB				UKB				UKB			
UTR				UTR				UTR			
VBL	0,02		0,03	VBL		0,01		VBL			
RST				RST				RST			
ALT				ALT		0,01		ALT			
ANK				ANK	0,11	0,01		ANK			
DKR	0,06		0,03	DKR		0,02		DKR	0,03	0,02	
GRG	0,09		0,09	GRG		0,02		GRG			
GUB			0,23	GUB		0,29		GUB	0,12	0,06	
INV				INV	0,04			INV			
KBL				KBL				KBL			
KJK				KJK				KJK	0,07	0,02	
KNF				KNF				KNF			
KNR			0,25	KNR		0,18		KNR			
KTK				KTK				KTK			
LDJ				LDJ				LDJ			
LEL	0,25		0,10	LEL	0,06			LEL			
LEN				LEN				LEN			
LFO				LFO	0,05	0,01		LFO	0,11	0,05	
LJL				LJL	0,03	0,02		LJL	0,17	0,06	
LLK				LLK	0,05	0,06		LLK	0,16	0,00	
LNS				LNS				LNS		0,05	
NDL				NDL				NDL			
PRM	0,05	1,00		PRM	0,03		1,00	PRM			1,00
SRS				SRS		0,03		SRS			
STU	0,11			STU		0,05		STU			
VDG				VDG				VDG			
VNG	0,05			VNG		0,02		VNG			
VST	0,19		0,16	VST	0,17	0,01		VST		0,04	
ZMP				ZMP		0,09		ZMP			

6 PRIEDAS. Analizuotų akcijų α ir β koeficientai

Akcijos pavadinimas	**APG**	**PTR**	**PZV**	**RSU**	**SAB**	**SAN**	**SNG**	**TEO**
β	0,49	0,63	0,31	0,44	-0,01	1,03	0,58	0,89
α	0,04	0,04	0,03	0,00	0,01	0,00	0,01	-0,02

Akcijos pavadinimas	**UKB**	**UTR**	**VBL**	**RST**	**ALT**	**ANK**	**DKR**	**GRG**
β	1,22	0,40	0,02	1,03	0,59	0,47	0,06	0,53
α	-0,01	0,00	0,07	0,03	0,02	0,01	0,03	0,03

Akcijos pavadinimas	**GUB**	**INV**	**KBL**	**KJK**	**KNF**	**KNR**	**KTK**	**LDJ**
β	0,06	1,30	0,89	0,14	1,14	0,96	0,78	0,73
α	-0,03	0,03	0,01	0,02	0,00	0,03	0,02	0,00

Akcijos pavadinimas	**LEL**	**LEN**	**LFO**	**LJL**	**LLK**	**LNS**	**NDL**	**PRM**
β	0,31	1,43	1,39	0,79	1,09	0,67	0,87	-0,57
α	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,01	0,00	0,10

Akcijos pavadinimas	**SRS**	**STU**	**VDG**	**VNG**	**VST**	**ZMP**
β	0,80	0,35	0,68	0,33	0,79	0,30
α	0,02	0,03	0,03	0,02	0,04	0,02